

1. Введение

Представленный задачник предназначен для студентов физических специальностей, изучающих распространение электромагнитных волн оптического диапазона, оптические характеристики материалов, вопросы волоконной оптики и оптики светодиодов. Предложенные в пособии задачи используются при чтении ряда спецкурсов кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем ("Оптические методы в информатике", "Оптика полупроводников и светодиоды", "Волоконная и интегральная оптика", "Физические основы оптической связи", "Фотоника" и др.) и для итоговых госэкзаменов для бакалавров, специалистов и магистров, обучавшихся на кафедре оптики, спектроскопии и физике наносистем физического факультета МГУ. Задачи учитывают специфику указанных курсов и являются необходимым дополнением к их теоретической части.

Решение предложенных в сборнике задач позволит студентам получать как качественные оценки параметров моделируемых физических процессов, так и численные результаты для конкретных примеров. Навыки решения данных задач по оптике и квантовой электронике необходимы для будущей работы студентов-физиков по специальности.

Приведенные в сборнике задачи могут быть использованы для специальных курсов других кафедр физического факультета и технических университетов РФ.

2. Справочные данные

2.1. Оптические усилители и лазеры-генераторы

Постоянная планка

$$h=6,626 \times 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; \quad h=6,626 \times 10^{-27} \text{ Эрг}\cdot\text{с};$$

Единицы измерения энергии в оптике

Единица измерений	Дж	эрг	К	эВ	Гц	см ⁻¹
Дж	1	10 ⁷	7,24·10 ²²	6,24·10 ¹⁸	1,51·10 ³³	5·10 ²²
эрг	10 ⁻⁷	1	7,24·10 ¹⁵	6,24·10 ¹¹	1,51·10 ²⁶	5·10 ¹⁵
К	1,38·10 ⁻²³	1,38·10 ⁻¹⁶	1	8,62·10 ⁻⁵	2,08·10 ¹⁰	0,7
эВ	1,6·10 ⁻¹⁹	1,6·10 ⁻¹²	1,16·10 ⁴	1	2,42·10 ¹⁴	8,1·10 ³
Гц	6,626·10 ⁻³⁴	6,626·10 ⁻²⁷	4,8·10 ⁻¹¹	4,15·10 ⁻¹⁵	1	3,3·10 ⁻¹¹
см ⁻¹	2·10 ⁻²³	2·10 ⁻¹⁶	1,44	1,24·10 ⁻⁴	3·10 ¹⁰	1

1. Отношение населённостей уровней энергии $N_{1,2}$ совокупности рабочих частиц в состоянии термодинамического (теплого) равновесия, описываются формулой Больцмана,

$$g_2 N_2 / g_1 N_1 = \exp[-(E_2 - E_1) / kT] = \exp[-h\nu_{21} / kT]$$

где g_1 – фактор вырождения.

В отсутствие вырождения формула Больцмана имеет вид:

$$N_2 / N_1 = \exp[-(E_2 - E_1) / kT] = \exp[-h\nu_{21} / kT]$$

2. В состоянии термодинамического равновесия скорость переходов из состояния 1 в состояние 2 и из состояния 2 в 1 равны

$$w_{IND} N_1 = w_{IND} N_2 + w_{SP} N_2,$$

где w_{IND} и w_{SP} – вероятности индуцированного и спонтанного излучения соответственно.

3. Эквивалентная спектральная плотность мощности входного шума усилителя

$$S = h\nu,$$

4. Спектральная плотность мощности усиленного спонтанного излучения в двух поляризациях приближённо (при больших G)

$$S_{SP}(\nu) = 2(G - 1)n_{SP}h\nu,$$

где n_{SP} – фактор спонтанного излучения,

$h=6,6252 \times 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – оптическая частота.

G – линейный коэффициент усиления по мощности.

5. Мощность усиленного спонтанного излучения в двух поляризациях приближённо (при больших G)

$$P_{SP}(\nu) = 2(G - 1)n_{SP}h\nu\Delta\nu_S,$$

где $\Delta\nu_S$ – полная ширина на полувысоте (FWHM) спектра. В каждой из двух поляризаций мощность в 2 раза меньше.

6. Фактор спонтанного излучения

В газовых лазерах и легированных кристаллических лазерах

$$n_{SP} = \left[\frac{g_2 N_2}{g_1 N_2 - g_2 N_1} \right],$$

где n_{SP} – фактор спонтанного излучения, g_2 и g_1 – степени вырождения нижнего и верхнего уровней, N_2 и N_1 – их населённости.

В лазерах $n_{SP} = \left[n_{ph} + \frac{g_2 N_2}{g_1 N_2 - g_2 N_1} \right]$, где $n_{ph} = \left[\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right]^{-1}$ –

среднее число тепловых фотонов в моде. В лазерах n_{ph} пренебрежимо мало.

В лазерах на стекле, в частности в эрбиевых волоконных лазерах, и в других типах лазеров с широкими полосами усиления

$$n_{SP} = \frac{\sigma_2(\lambda_s) N_2}{\sigma_2 N_2 - \sigma_1 \cdot N_1}.$$

7. Формула Шавлова-Таунса

Спектральная плотность мощности (output power spectrum) выходного излучения лазера может быть аппроксимирована лоренцев-

ским профилем, ширина которого (по уровню 0,5 – FWHM) описывается следующей формулой:

$$\Delta \nu_{ShT} = A_{ShT} \eta_{SP} \frac{\pi \hbar \nu (\Delta \nu_c)^2}{P_0},$$

где P_0 – суммарная мощность излучения, покидающего резонатор, включая полезную выходную мощность и мощность, теряемую на внутренних потерях (поглощение, рассеяние и т.д.), $\hbar \nu$ – энергия фотона, $\Delta \nu_c$ – ширина полосы «холодного» резонатора, η_{SP} – фактор спонтанного излучения, зависящий от типа активной среды и частоты излучения, A_{ShT} – параметр, величина которого изменяется от 1 при сильном превышении накачки над порогом, до примерно 2 вблизи порога и ниже порога.

В четырёхуровневых лазерах $\eta_{ShT} = 1$.

В газовых лазерах и легированных кристаллических лазерах

$$\eta_{ShT} = n_{spont} = \left[\frac{g_1 N_2}{g_1 N_2 - g_2 N_1} \right],$$

где n_{spont} – фактор спонтанного излучения, g_1 и g_1 – степени вырождения нижнего и верхнего уровней, N_1 и N_1 – их населённости.

8. Формула Шавлова-Таунса в полупроводниковых лазерах:

$$\Delta \nu_{ShT} = A_{ShT} \eta_{SP} \frac{\pi \hbar \nu (\Delta \nu_c)^2}{P_0} (1 + \alpha_M),$$

где α_M – коэффициент уширения линии излучения, который связан с возникновением избыточных флуктуаций фазы, вызванных флуктуациями мощности (типичное значение α_M в пределах 5–7).

2.2. Краткий справочник по волоконной оптике

1. Коэффициент потерь:

$$\alpha(\lambda=1,55\text{мкм})=0,2 \text{ дБ/км}$$

$$\alpha(\lambda=1,45\text{мкм})=0,25 \text{ дБ/км}$$

Нелинейный коэффициент преломления:

$$n_2(\lambda=1,55\text{мкм})=2,8 \times 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}$$

При ВКР частота сигнала сдвинута относительно накачки на ~ 13 ТГц

Коэффициент спонтанного КР $g_R=10^{-13}$ м/Вт при накачке на $\lambda=1$ мкм, g_R обратно пропорционален длине волны накачки.

При ВРМБ частота сигнала сдвинута относительно накачки \sim на 11 ГГц.

Коэффициент спонтанного ВРМБ $g_B=5 \times 10^{-11}$ м/Вт и не зависит от длины волны накачки.

Электрическая постоянная: $\epsilon_0=(1/36\pi) \times 10^{-9}$ А \times с/В \times м

2. Числовая апертура оптического волокна со ступенчатым профилем показателя преломления: $NA=(n_c^2-n_0^2)^{0,5}$

где n_c и n_0 показатели преломления сердцевины и оболочки, соответственно. Числовая апертура – это синус критического угла ввода излучения в волокно:

$$NA=\sin\alpha_{\max}$$

Для световодов таких, где: $n_c-n_0=\Delta n \ll n_c n_0$, числовая апертура может быть представлена как:

$$NA=(n_c^2-n_0^2)^{0,5}=(n_c-n_0)(n_0+n_c)^{0,5}=(2n_0\Delta n)^{0,5}$$

3. Нормализованная частота:

$$V=\alpha k(n_c^2-n_0^2)^{0,5}=\alpha kNA,$$

где α – радиус сердцевины $k=2\pi/\lambda$ – волновой вектор $V < 2,045$ для одномодового световода.

4. Нормализованная частота одномодового световода:

$$V=U_{11}^2+W_{11}^2,$$

где U_{11} и W_{11} – поперечные волновые числа сердцевин и оболочек, соответственно.

5. Поперечное волновое число сердцевин одномодового слабо-направляющего световода:

$$U_{11}(V) = \frac{U_{01} \times V}{1 + [(U_{01} - 1)^4 + V^4]^{1/4}}$$

где V – нормализованная частота, $U_{01}=2,405$

6. Постоянная распространения одномодового световода:

$$\beta_{11}^2 = k^2 n_c^2 - \frac{U_{11}^2}{a^2}$$

7. В сплавном соединении двух оптических волокон возникает туннельная связь. Если связь мала, то моды оптических волокон приближенно можно считать совпадающими с модами уединённых волокон, а амплитуды при распространении удовлетворяют следующей системе связанных мод:

$$\frac{dA_1(Z)}{dZ} = -i\beta_1 A_1(Z) - i\kappa A_2(Z)$$

$$\frac{dA_2(Z)}{dZ} = -i\beta_2 A_2(Z) - i\kappa A_1(Z)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды 1 и 2 волн, β_1 и β_2 – их постоянные распространения, κ – коэффициент связи двух волн.

Для одинаковых световодов $\beta_1 = \beta_2$ и при начальных условиях $A_1(0)=1$ и $A_2(0) = 0$, интенсивность в световоде, куда введён свет, изменяется по закону $\cos^2 \kappa Z$ а в соседнем световоде по закону $\sin^2 \kappa Z$.

8. Коэффициент связи двух волн:

$$\kappa = 2 \frac{\frac{U_{11}^2}{a^2} \times \frac{W_{11}}{a} \times e^{-\frac{W_{21}}{1}}}{\beta_{11} \times 2a \left(\frac{U_{11}^2}{a^2} + \frac{W_{11}^2}{a^2} \right)}, \text{ где}$$

a – радиус сердцевин световода,

S – расстояние между краями сердцевин двух световодов,
 β_{11} – постоянная распространения одномодового световода,
 U_{11} и W_{11} – поперечные волновые числа сердцевин и оболочки, соответственно.

9. Рассматривая два связанных световода как одну систему, имеем в ней две супермоды: симметричную и антисимметричную, которые имеют разные постоянные распространения и, следовательно, разные фазовые скорости. В симметричной моде знаки амплитуд в двух световодах совпадают и противоположны в антисимметричной.

В случае фазового синхронизма (световоды одинаковы), модули амплитуд также одинаковы и равны A . Пусть фазы мод в световоде 1 совпадают и противоположны в световоде 2. В этом случае в световоде 1 суммарная амплитуда равна $2A$, а в световоде 2 – 0.

На расстоянии Z , таком что $\Delta\beta Z = \pi$, относительные фазы мод также изменятся на π .

$\Delta\beta$ – разность постоянных распространения симметричной и антисимметричной моды

При этом уже в световоде 1 суммарная амплитуда будет равна 0, а в световоде 2 – $2A$. Это соответствует перетеканию света из световода 1 в световод 2.

10. При $\Delta\beta = \frac{\sqrt{3} \times \pi}{L}$ свет перестаёт перетекать из канала 1 в канал

2, что следует из решения системы уравнений из п. 7.

$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$ – разность постоянных распространений в 1 и 2 каналах. Отсюда изменение эффективного показателя преломления

$$\Delta n_e = \frac{\sqrt{3} \times \pi}{k \times L}.$$

11. Величина $\Delta n_e = \frac{n^3 \times r \times V}{2 \times t_m}$,

где t_m – толщина модулятора, V – приложенное напряжение, n – показатель преломления модулятора, γ – коэффициент, определяющий линейный электростатический эффект Поккельса.

12. В оболочке изменение поля по радиусу r определяется функцией Макдональда, которая приближённо может быть заменена на экспоненциальную функцию $e^{-\frac{W_{11} r}{a}}$.

13. Дисперсионная длина L_D

$$L_d = \frac{\tau_0^2}{\left| \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right|}$$

τ_0 – начальная длительность импульса,

$\frac{d^2 \beta}{d\omega^2}$ – параметр дисперсии второго порядка.

На расстоянии L_D длительность импульса возрастает в $\sqrt{2}$ раз. Длительность импульса на расстоянии Z определяется выражением

$$\tau_Z^2 = \tau_0^2 \left[1 + \left(\frac{Z}{L_D} \right)^2 \right].$$

14. Нелинейная длина $L_{nl} = \frac{1}{\gamma P_0}$. Это длина, на которой ширина спектра возрастает примерно в 2 раза, где P_0 – мощность импульса,

$\gamma = \frac{n_2 \times \omega}{c \times S}$, где γ – нелинейный параметр,

ω – частота, c – скорость света,

S – площадь моды,

n_2 – нелинейный коэффициент преломления.

15. Соотношение

$$N^2 = \frac{\tau_0^2 \times \gamma P_0}{\left| \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right|} = 1$$

выражает равенство дисперсионной и нелинейной длин.

В случае аномальной дисперсии $\frac{d^2 \beta}{d\omega^2} < 0$

и $\lambda > 1,3$ мкм для кварцевых световодов возникает фундаментальный солитон.

16. При амплитудно-кодовой модуляции скорость передачи информации

$$B = \frac{1}{2\tau_z}$$

где τ_z – длительность импульса на конце световолоконной линии связи.

$$17. \Pi = -10 \log \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}}$$

где Π – потери в линии в дБ,

$P_{\text{вх}}$ – мощность на входе,

$P_{\text{вых}}$ – мощность на выходе,

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}} \times e^{-\alpha L}$$

$$\alpha = 0,23 \times \frac{\Pi}{L}.$$

18. Коэффициент ненасыщенного усиления G_R в случае вынужденного комбинационного рассеяния равен

$$G_R = \exp \left[g_R(\lambda_{\text{сигн}}) \times P_{\text{нак}} \times \frac{L_{\text{эфф}}}{S} \right].$$

где $g_R(\lambda_{\text{сигн}})$ – коэффициент спонтанного комбинационного рассеяния,

$P_{\text{нак}}$ – мощность накачки,

S – площадь моды,

$L_{эфф}$ – эффективная длина усиления,

$$L_{эфф} = \frac{1}{\alpha_{нак}} [1 - \exp(-\alpha_{нак}L)]$$

$\alpha_{нак}$ – коэффициент потерь на длине волны накачки.

19. Критическая мощность $P_{кр}$ возникновения ВКР из шумов рассчитывается на основании выражения

$$\frac{g_B(\lambda_{сигн}) \times P_{кр} \times L_{эфф}}{S} = \frac{16}{20}$$

16 – соответствует накачке и сигналу в одном направлении,

20 – соответствует накачке и сигналу в противоположных направлениях.

20. Величина мощности и поля связаны между собой через интенсивность I

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n |E|^2$$

$$I = \frac{P}{S}, \quad \epsilon_0 - \text{электрическая постоянная,}$$

c – скорость света,

n – показатель преломления,

E – поле.

21. Для ВРМБ порог генерации по мощности из шумов определяется выражением

$$\frac{g_B \times L_{эфф}}{S} = 21,$$

g_B – коэффициент спонтанного рассеяния Манделъштама – Бриллюэна

22. В случае вынужденного четырёхволнового смешения коэффициент усиления G равен

$$G = \frac{1}{4} e^{2\gamma P_n L_{эфф}},$$

γ – нелинейный параметр, определённый выше, P_n – мощность накачки.

Выражение выполняется при условии $\Delta\beta Z = 2\gamma P_n Z$.

Это – равенство линейного и нелинейного набега фаз, что реализуется в области аномальной дисперсии ($\lambda > 1.3$ мкм).

Коэффициент усиления $G = \gamma_n^P L_{эфф}$, когда $\Delta\beta$ – малая величина.

23. Период фазовой решётки Брэгга Λ рассчитывается на основании выражения $\lambda = 2n\Lambda$.

3. Задачи

3.1. Взаимодействие света с веществом, спектры

Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение

1. На вещество с однородно уширенной спектральной линией воздействует насыщающее монохроматическое излучение, частота которого равна частоте максимума линии. Определить величину интенсивности излучения, воздействие которого приведёт к возрастанию ширины линии на 1%. Длина волны излучения равна 0,5 мкм. Ширина ненасыщенной линии – 1 см^{-1} . Время релаксации возбужденного уровня энергии определяется процессом спонтанного испускания излучения и составляет 10^{-3} с . Показатель преломления вещества равен 1,5.

2. Вещество находится в состоянии термодинамического равновесия с окружающим его электромагнитным излучением и имеет температуру 27° С . Найти соотношение между вероятностями процессов спонтанного и вынужденного испускания излучения веществом под действием окружающего равновесного электромагнитного поля

1. на длине волны 100 нм
2. на длине волны 1 см.

Оптические спектры различных материалов от газов до полупроводников

1. Оценить естественную ширину спектральных линий, расположенных в следующих диапазонах электромагнитного спектра: 10 нм; 500 нм; 10 мкм; 1 см; 100 м.

Значения ширин привести в шкалах круговых частот ($\Delta\omega=\gamma$) и длин волн ($\Delta\lambda$). Как соотносятся между собой значения естественных ширин спектральных линий, расположенных в разных частях электромагнитного спектра, если они выражены в шкале длин волн?

2. Дать сравнительную оценку величин электронной, колебательной и вращательной энергии молекул на примере молекулы водорода (H_2).

3. Нарисовать схему мультиплетного расщепления уровней перехода 3^2P-3^2D атома натрия. Пользуясь правилом сумм интенсивностей, рассчитать относительные интенсивности спектральных компонент.

4. Написать обозначения нижних термов в схеме LS-связи для электронных конфигураций атома ртути: $5d^{10}6s^2$, $5d^{10}6s6p$, $5d^96s^26p$, $5d^96s^27s$. Уровни каких из этих конфигураций могут взаимно возмущать друг друга?

3.2. Оптические усилители и лазеры-генераторы

1. Определить величину эквивалентной спектральной плотности мощности входного шума усилителя $h\nu$ при $\lambda = 1550$ нм. Какова ее размерность?

2. Найти эквивалентную мощность входного шума усилителя $h\nu\Delta\nu$ в референсной полосе оптического фильтра оптического анализатора спектра (OSA), равной 0,1 нм.

3. Найти максимальное значение (квантовый предел) $OSNR_Q$ при мощности сигнала 1 мВт на длине волны 1550 нм.

4. Найти мощность шума ASE на оптическом приемнике с полосой оптического фильтра $B_{opt} = 6$ ГГц при мощности сигнала 6 мВт на длине волны 1550 нм и $OSNR = 30$ дБ.

5. Найти шум-фактор усилителя (длина волны 1550 нм) с усилением $g = 10$ дБ (усиление равномерно распределено по усилителю длиной 10 м), фактор спонтанного излучения $n_{sp} = 1,5$.

6. В линию с удалённым усилителем (ROPA1) вводится сигнал мощностью 10,5 дБм. Измеренное при помощи OSA значение $OSNR_{OSA,in,Line} = 46$ дБ. На вход усилителя поступает ослабленный сигнал мощностью $p_{in,ROPA1} = -2,88$ дБм. Измеренная мощность на выходе усилителя

$$p_{out,ROPA1} = 11,4 \text{ дБм}, \text{ а } OSNR_{OSA,out,ROPA1} = 44 \text{ дБ}.$$

Найти коэффициент усиления и шум-фактор удалённого усилителя.

7. Найти шум-фактор длинной линии при $P_{вх} \cong 2$ дБм,

$OSNR_{вых} \cong 20$ дБ. Считать входной сигнал не содержащим избыточных шумов (только квантовый шум).

8. Найти минимальное значение шум-фактора эрбиевых усилителей с коэффициентами усиления 3 дБ, 10 дБ и 20 дБ в предположении полной инверсии населенностей и отсутствии пассивных потерь.

9. Чему равна мощность спонтанного излучения EDFA в полосе $\Delta\lambda=0,1$ нм на длине волны $\lambda=1550$ нм при $F=2,5$ (4 дБ),

$G = 10^2$ (20 дБ).

10. Найти шум-фактор и коэффициент усиления усилителя, содержащего усиливающий элемент с $G_a=100$ (20дБ) и $F_a=2,5$ (4 дБ), и пассивный элемент на входе с затуханием $a=0,5$ дБ.

11. Найти шум-фактор пролёта ВОЛС, содержащего участок волокна длиной 100 км (затухание 0,2 дБ/км) и усилитель, с шум-фактором $F_a=4$ (6 дБ) и усилением, полностью компенсирующим потери в участке волокна.

12. Найти шум-фактор двух пролётов ВОЛС, содержащих каждый участок волокна длиной 100 км (затухание 0,2 дБ/км) и усилитель, с шум-фактором $F_a=4$ (6 дБ) и усилением, полностью компенсирующим потери в участке волокна.

13. Вывести формулу Фрииса для каскада из двух усилителей.

14. Вывести формулу Фрииса для каскада из N усилителей.

15. Найти шум-фактор линии связи из M одинаковых пролетов с усилителями, компенсирующими потери в волоконных участках.

16. Найти $OSNR_{OUT}$ на выходе многопролётной линии связи из M одинаковых пролетов с усилителями, компенсирующими потери в волоконных участках. Мощность сигнала на входе в линию считать заданной (P_{IN}), длина волны 1550 нм.

3.3. Методы создания обратной связи. Моды открытых резонаторов. Импульсные и непрерывные режимы

1. Оценить величину порогового значения разности приведенных плотностей населенностей уровней энергии $(N_2/g_2 - N_1/g_1)_n$ рабочего перехода для гелий-неонового лазера с параметрами резонатора: $L=0,3$ м, $R_1=1$, $R_2=R=0,95$, $\gamma_{np}=0$, генерирующего в видимом диапазоне на длине волны $\lambda_0 = 0,63$ мкм. Распределенными потерями пренебречь, показатель преломления среды $n=1$. Считать, что форма спектральной линии определяется доплеровским уширением и является гауссовой, а $g_1=g_2$.

2. Найти время затухания излучения t_3 в холодном резонаторе гелий-неонового лазера с параметрами: $L=0,3$ м, $R_1=1$, $R_2=R=0,95$, $\gamma_{np}=0$. Распределенными потерями пренебречь, показатель преломления среды $n=1$.

3. Определить ширину линии излучения YAG:Nd лазера с длиной волны 1,06 мкм, $n = 1,82$, длина 1 см, прозрачность зеркала 0,5% и мощность излучения 1 мВт. $\tau_{\text{FOТ}} = 24$ нс; $\Delta\nu_Q = 5 \cdot 10^{-2}$ Гц.

4. Определить ширину линии излучения полупроводникового лазера с энергией кванта 1,4 эВ, $n = 3$, длина 100 мкм, прозрачность зеркала 30% и мощность излучения 1 мВт. $\tau_{\text{FOТ}} = 6$ пс; $\Delta\nu_Q \approx 10$ МГц.

$$\Delta\nu_Q = \frac{h\nu}{8\pi\kappa_{\text{OUT}}} \left(\frac{c}{nL} \right)^2 (\alpha L - \ln R_{\text{OUT}} R_Z) \ln R_{\text{OUT}} (1 + \alpha_M)$$

3.4. Волоконная оптика

1. Оценить числовую апертуру одномодового световода на длину волны $\lambda=1550$ нм с радиусом сердцевинки $a=4$ мкм.

2. Оценить значение Δn (разность показателей преломления сердцевинки n_c и оболочки n_o) в кварцевом световоде, если известно, что световод одномодовый, длина волны излучения λ равна 1550 нм, а радиус сердцевинки составляет $a = 4$ мкм.

3. Рассчитать коэффициент связи χ в X-образном разветвителе из одномодовых слабонаправляющих волокон для $\lambda=1550$ нм с радиусом сердцевин $a=4$ мкм и расстоянием между краями сердцевин $S=10$ мкм. Показатель преломления волокна $n = 1,46$.
4. Оценить расстояние S между краями двух сердцевин слабонаправляющих одномодовых световодов в направленном ответвителе, если известно, что коэффициент связи $\chi = 1\text{см}^{-1}$, длина волны излучения $\lambda=1550$ нм, радиус сердцевин световода $a=4$ мкм.
5. Два одномодовых световода сварены для получения X-образного разветвителя. Связь между световодами в результате сварки слабая, так что общая симметричная мода для двух световодов распространяться не может. Но может распространяться общая для двух световодов антисимметричная мода с равным нулю полем на границе световодов. Изготовленный разветвитель обеспечивает 100% передачу излучения из одного канала в другой. Определить для этого случая соотношение между коэффициентом связи между каналами и разностью постоянных распространения ($\Delta\beta$) симметричной моды в каждом канале и общей антисимметричной модой для двух каналов.
6. Определить коэффициент связи двухканального разветвителя, если известно, что излучение полностью (100%) передаётся из одного канала в другой на длине $L=1,5$ см. Определить также длину, на которой разветвитель работает в режиме 50/50.
7. Оценить величину постоянной распространения в одномодовом слабонаправляющем световоде с радиусом сердцевин 4 мкм для длины волны в вакууме $\lambda=1550$ нм, $n = 1,46$ и на каком расстоянии z световая волна приобретает набег фаз 2π .
8. Определить напряжение, необходимое для 100% модуляции излучения в двухканальном волноводном электрооптическом модуляторе при следующих параметрах: $\lambda=1550$ нм, длина модулятора $L=1$ см, площадь 3×3 мкм², показатель преломления световодящей части $n=3,5$. Эффективный коэффициент Γ , определяющий линейный электрооптический эффект Поккельса, равен 10^{-12} м/В.
9. Дан одномодовый слабонаправляющий световод с радиусом сердцевин $a=4$ мкм. Оценить расстояние от границы сердцевин, на котором поле, проникающее в оболочку, уменьшится в e раз.

10. Показать, что для импульсов с одинаковой дисперсионной длиной в области нормальной и аномальной дисперсий увеличение длительности импульса с расстоянием одинаково.

11. Определить расстояние, на котором ширина спектра спектрально-ограниченного импульса возрастает в 4 раза за счет эффекта ФСМ (Фазовой самомодуляции), если известно, что $\lambda=1550$ нм, $n_2 = 2,8 \times 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}$, эффективная площадь моды 75 мкм^2 , мощность $P_0 = 1 \text{ Вт}$.

12. Рассчитать мощность импульса, необходимую для возникновения фундаментального солитона, при следующих условиях: $\lambda=1550$ нм, $\beta_2 = (d^2 \beta/d\omega^2) = -25 \text{ пс}^2/\text{км}$, $n_2 = 2,8 \times 10^{-20} \text{ м}^2/\text{Вт}$, длительность импульса $\tau_0 = 90 \text{ пс}$, эффективная площадь моды $S=75 \text{ мкм}^2$.

13. Для амплитудно-кодовой модуляции определить расстояние, на котором скорость передачи информации составит 20 Гбит/с при следующих данных: длительность импульса на входе $\tau_0 = 10 \text{ пс}$, $\lambda=1550$ нм, волокно со смещенной дисперсией $\beta_2 = -2 \text{ пс}^2/\text{км}$.

14. В выражении $P = P_0 e^{(-\alpha Z)}$:

P_0 – мощность на входе световода

P – мощность на расстоянии Z

Показать, что

$$\alpha = \frac{\text{Потери мощности на единицу длины}}{\text{Прошедшая по волноводу мощность}}$$

15. Рассчитать в дБ коэффициент ненасыщенного ВКР усиления – G_R и длину волны накачки в кварцевом световоде в случае одинакового направления накачки и сигнала при следующих исходных данных:

$\lambda_{\text{сигн}}=1,55 \text{ мкм}$, $P_{\text{нак}}=1 \text{ Вт}$, длина световода $L=5 \text{ км}$, площадь моды 50 мкм^2 . Коэффициент комбинационного усиления $g_R = 10^{-13} \text{ м/Вт}$ при накачке $\lambda=1 \text{ мкм}$. Световод сохраняет поляризацию.

16. Рассчитать порог генерации ВКР из шумов по мощности и по величине поля, а также длину волны стоксова излучения при непрерывной накачке в кварцевом световоде, сохраняющем поляризацию и одинаковым направлением накачки из стоксовой волны, при следующих исходных данных: длина волны накачки

$\lambda_{\text{нак}} = 1,45$ мкм, эффективная площадь моды $S = 50$ мкм², длина световода 15 км. Коэффициент комбинационного усиления при накачке на длине волны $\lambda_{\text{нак}} = 1$ мкм равен $g_R(\lambda_{\text{сигн}}) = 10^{-13}$ м/Вт.

17. Оценить порог генерации ВРМБ по мощности и величине поля (генерация ВРМБ из шумов) для квази-непрерывного излучения в одномодовом световоде, сохраняющем поляризацию, при следующих исходных данных: длина волны $\lambda = 1,55$ мкм, эффективная площадь моды $S = 50$ мкм², эффективная длина световода $L_{\text{эфф}} = 20$ км, коэффициент ВРМБ усиления $g_v = 5 \times 10^{-11}$ м/Вт

18. Определить коэффициент ненасыщенного усиления для усилителя на основе четырехволнового смешения при следующих исходных данных: $\lambda_{\text{нак}} = 1,45$ мкм, $P_n = 1,4$ Вт, $\gamma = 11 \text{ Вт}^{-1} \times \text{км}^{-1}$, длина усилителя – 500 м. Известно также, что выполняется условие фазового синхронизма $\Delta\beta = 2\gamma P_n$. Световод сохраняет поляризацию.

19. Определить коэффициент ненасыщенного усиления в дБ для усилителя на основе четырехволнового смешения при следующих исходных данных: $P_{\text{нак}} = 1$ Вт, $\gamma = 10 \text{ Вт}^{-1} \times \text{км}^{-1}$, эффективная длина световода 10 км, линейное фазовое рассогласование сигналов $\Delta\beta$ – малая величина. Световод сохраняет поляризацию.

20. Определить период фазовой решётки Брэгга Λ для создания зеркала в волоконном лазере на $\lambda = 1080$ нм. Средний показатель преломления $n = 1,46$ распространения ($\Delta\beta$) симметричной моды в каждом канале и общей антисимметричной модой для двух каналов.

4. Ответы и решения

4.1. Взаимодействие света с веществом

Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение

1. При воздействии на вещество с однородноуширенной спектральной линией насыщающего монохроматического излучения, частота которого равна частоте максимума линии, ширина насыщенной линии описывается выражением:

$$\Delta\omega_{21}^{Sat} = \Delta\omega_{21}^0 + 2W_{21,Stim} \quad (1)$$

Ширина ненасыщенной линии по условию

$$\Delta\omega_{21}^0 = 1\text{см}^{-1} = 6,28 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{с}^{-1} = 2 \cdot 10^{11} \text{с}^{-1}$$

Вероятность вынужденного перехода:

$$W_{21,Stim} = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^2 n^2 \tau_{21}^{sp}} q_{21}(\omega\omega)_b$$

$$q_{21}(\omega_0) = \frac{2}{\pi \Delta\omega_{21}}$$

Для излучения с частотой максимума линии:

$$W_{21,Stim} = \frac{2\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^2 n^2 \tau_{21}^{sp} \Delta\omega_{21}} I_{\omega_0} \quad (2)$$

По условию задачи

$$(\Delta\omega_{21}^{Sat} - \Delta\omega_{21}^0) / \Delta\omega_{21}^0 = 0,01 \quad (3)$$

Подставив (1) и (2) в (3) получим:

$$2W_{21,Stim} = 0,01 \cdot \Delta\omega_{21}^0$$
$$\frac{2\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^2 n^2 \tau_{21}^{sp} \Delta\omega_{21}} I_{\omega_0} = 0,01 \cdot 10^{11} = 10^9 \quad (4)$$

$$I_{\omega_0} = 10^9 \frac{\hbar \omega_0^2 n^2 \tau_{21}^{sp} \Delta\omega_{21}}{2\pi^2 c^2} \quad (5)$$

2. Процессы спонтанного и вынужденного излучения приводят к установлению термодинамического равновесия. Вероятности

спонтанного и вынужденного переходов в единицу времени обозначим w_{SP} и w_{IND} соответственно.

Отношение населённостей уровней энергии $N_{1,2}$ совокупности рабочих частиц в состоянии термодинамического (теплового) равновесия, описываются формулой Больцмана, которая в отсутствии вырождения имеет вид:

$$N_2 / N_1 = \exp[-(E_2 - E_1) / kT] = \exp[-h \nu_{21} / kT] \quad (1)$$

В состоянии термодинамического равновесия скорость переходов из состояния 1 в состояние 2 и из состояния 2 в 1 равны

$$w_{IND} N_1 = w_{IND} N_2 + w_{SP} N_2 \quad (2)$$

Соотношение между вероятностями процессов спонтанного и вынужденного испускания излучения веществом под действием окружающего равновесного электромагнитного поля получим из выражения (2):

$$w_{SP} / w_{IND} = (N_1 - N_2) / N_2 \quad (3)$$

С учетом (1) получаем окончательно:

$$w_{SP} / w_{IND} = [1 - \exp(-h \nu_{21} / kT)] / \exp(-h \nu_{21} / kT) \quad (4)$$

При температуре 27°C температура по шкале Кельвина $T \approx 300 \text{ K}$

$$kT = 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

Энергия квантов излучения, отношение энергии кванта к тепловой энергии и соотношении вероятностей спонтанного и вынужденного излучения в двух диапазонах:

$$1) \quad \text{На длине волны } 100 \text{ нм: } \nu_{21} = 3 \cdot 10^8 / (100 \cdot 10^{-9}) = 3 \cdot 10^{15} \text{ Гц,}$$

$$h \nu_{21} \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

$$h \nu_{21} \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

$$h \nu_{21} / kT \approx 0,48 \cdot 10^3 = 480$$

$$w_{SP} / w_{IND} = (N_1 - N_2) / N_2 \approx 3 \cdot 10^{208} .$$

Вероятность индуцированных переходов под действием равновесного теплового излучения в УФ и оптическом диапазонах пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью спонтанных переходов!

2) На длине волны 1 см: $\nu_{21} = 3 \cdot 10^8 / 0,01 = 3 \cdot 10^{10}$ Гц,

$$h\nu_{21} \approx 20 \cdot 10^{-24} = 2 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}$$

$$h\nu_{21} / kT \approx 0,48 \cdot 10^{-2} = 0,0048$$

$$h\nu_{21} / kT \approx 0,99521$$

$$w_{SP} / w_{IND} = (N_1 - N_2) / N_2 \approx 0,0048$$

Вероятность индуцированных переходов под действием равновесного теплового излучения в сантиметровом диапазоне в двести раз больше вероятности спонтанных переходов!

Оптические спектры различных материалов от газов до полупроводников

1. В предположении малости затухания выражение для естественной ширины линии в классическом приближении имеет вид:

$$\gamma = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 \omega_0^2}{m_e c^3} \quad (1)$$

Если выразить через длину волны, то формула (1) принимает следующий вид:

$$\gamma = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 (2\pi/\lambda)^2}{m_e c^3} = \frac{2\pi}{3\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c \lambda^2} \quad (2)$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

$$\text{Для } 10 \text{ нм } \gamma = 22 \cdot 10^{10}.$$

$$\text{Для } 500 \text{ нм } \gamma = 0,88 \cdot 10^8.$$

$$\text{Для } 10 \text{ мкм } \gamma = 22 \cdot 10^4.$$

$$\text{Для } 1 \text{ см } \gamma = 22 \cdot 10^{-2}.$$

$$\text{Для } 100 \text{ м } \gamma = 22 \cdot 10^{-10}.$$

$$2. \quad \frac{E_{\text{кол}}}{E_{\text{эл}}} \sim \frac{\omega_{\text{кол}}}{\omega_{\text{эл}}} \sim \frac{\sqrt{\frac{K_{\text{кол}}}{M}}}{\sqrt{\frac{K_{\text{эл}}}{m}}} \sim \sqrt{\frac{m}{M}} \sim 10^{-3};$$

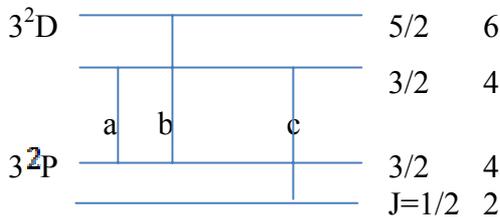
$$\frac{E_{\text{вр}}}{E_{\text{эл}}} \sim \frac{\frac{\hbar}{2M_{\text{яд}}^2} J(J+1)}{\frac{\hbar}{2ma_0^2} I(I+1)} \sim 10^{-3}$$

$K_{\text{кол}} \sim K_{\text{эл}}$, \bar{M} – масса ядер;

$E_{\text{эл}} \sim$ кинетические энергии вращения электрона;

$$\bar{M} = \frac{M_1 \times M_2}{M_1 + M_2} \approx \frac{M}{2}.$$

3.



$$\left. \begin{aligned} \frac{I_a + I_c}{I_b} &= \frac{4}{6} \\ \frac{I_a + I_b}{I_c} &= \frac{4}{2} \end{aligned} \right\} I_a : I_b : I_c = 1 : 9 : 5$$

Правило отбора $\Delta J = 0, \pm 1$

$5d^{10}6s^2$ – две заполненные оболочки с нулевыми моментами $L=0$,

$S=0$ терм 1S_0

$$5d^{10}6s6p \quad \begin{array}{ll} l_1=0 & s_1=1/2 \\ l_2=1 & s_2=1/2 \\ L=1 & S=0,1 \end{array} \quad \begin{array}{l} {}^1P, {}^3P \end{array}$$

$$5d^96s^26p \sim dp \quad \begin{array}{ll} l_1=2 & S=0,1 \\ l_2=1 & \\ L=1(P), 2(D), 3(F) & \end{array} \quad \begin{array}{l} {}^1P, {}^1D \\ {}^3P, {}^3D, {}^3F \end{array}$$

$$5d^96s^27s \sim ds \quad L=2, S=0,1 \quad \begin{array}{l} {}^1D, {}^3D \end{array}$$

Взаимно возмущаться могут только конфигурации одинаковой четности, определяемой $p = \sum_i l_i$ как $(-1)^p$.

Таким образом могут возмущаться первая и последняя (четные) и 2-я и 3-я (нечетные).

4.2. Оптические усилители и лазеры-генераторы

1. Длине волны $\lambda = 1550$ нм соответствует частота $\nu = 193,4$ ТГц, спектральная плотность мощности составляет $h\nu = 1,28 \cdot 10^{-19}$ Вт/Гц. Численно и по размерности эквивалентная плотность мощности входного шума усилителя $h\nu$ совпадает с энергией кванта.

2. Полосе $0,1$ нм при $\lambda = 1550$ нм соответствует полоса в Гц $\Delta\nu = 12,5$ ГГц. Эквивалентная мощность равна $0,16 \times 10^{-8}$ Вт или $1,6 \times 10^{-6}$ мВт или -58 дБм.

$$3. \quad OSNR_Q = \frac{P_S}{h\nu_S B_{ref}} = 58 \text{ дБ}$$

Референсная полоса равна $12,5$ ГГц, что соответствует полосе разрешения $0,1$ нм оптического спектроанализатора на длине волны 1550 нм ($193,4$ ТГц).

4. Мощность шума определяется полосой оптического фильтра B_{opt} и спектральной плотностью мощности шума $S_{ASE,1Pol}$: $P_{ASE} = 2S_{ASE,1Pol} B_{opt}$. Из известного значения $OSNR$ можно найти $S_{ASE,1Pol}$, воспользовавшись выражением:

$$OSNR = \frac{P_S}{2(S_{ASE,1Pol} + h\nu/2)B_{REF}}$$

Из него получаем: $2S_{ASE,1Pol} = \frac{P_S}{OSNR \cdot B_{REF}} - h\nu \approx \frac{P_S}{OSNR \cdot B_{REF}}$, от-

куда окончательно:

$$P_{ASE} = 2S_{ASE,1Pol} B_{opt} = \frac{P_S \cdot B_{opt}}{OSNR \cdot B_{REF}}. \text{ В дБ эта формула имеет вид:}$$

$$p_{ASE} = 10 \lg \frac{P_S \cdot B_{opt}}{OSNR \cdot B_{REF}} = p_S - osnr + 10 \lg \frac{B_{opt}}{B_{REF}} \approx 4 - 30 - 3 = -29 \text{ дБм.}$$

5.

$$OSNR_{OUT} = \frac{G_L P_{in}}{2(S_{ASE,1Pol} + h\nu/2)B_{opt}} = \frac{G_L P_{in}}{2(n_{sp} h\nu_0 (G_L - 1) + h\nu/2)B_{opt}}$$

$$OSNR_{IN}^Q = \frac{P_{in}}{h\nu B_{opt}}$$

$$F = \frac{OSNR_{IN}^Q}{OSNR_{OUT}} = \frac{P_{in}}{h\nu B_{opt}} \bigg/ \frac{G_L P_{in}}{2(n_{sp} h\nu_0 (G_L - 1) + h\nu/2) B_{opt}} = \frac{2(n_{sp} (G_L - 1) + 1/2)}{G_L}$$

$$F = \frac{2(1,5(10-1) + 1/2)}{10} = 2,8 \quad NF = 10\lg(2,8)$$

6. Экспериментально при помощи OSA измеряется следующая величина:

$$OSNR_{OSA} = \frac{P_S}{P_{ASE}}$$

$$P_{ASE, in, Line} = 10,5 - 46 = -35,5 \text{ дБм соответствует}$$

$$P_{Nois, in, Line} = 0,000282 \text{ мВт} = 282 \text{ нВт}$$

$$P_{Nois, Qlim} = -58 \text{ дБм соответствует } P_{Nois, Qlim} = 1,58 \text{E-6 мВт} = 1,58 \text{ нВт}$$

$$P_{Nois, in, Line} = P_{ASE, in, Line} + P_{Nois, Qlim} = 283,58 \text{ нВт соответствует } -34,47 \text{ дБм.}$$

Затухание на первом участке: $Z = 10,5 + 2,88 = 13,38 \text{ дБ}$

$$P_{ASE, in, ROPA1} = -35,5 \text{ дБм} - 13,38 \text{ дБ} = -48,88 \text{ дБм; соответствует}$$

$$P_{ASE, in, ROPA1} = 12,9 \text{ нВт}$$

$$P_{ASE, out, ROPA1} = 11,4 \text{ дБм} - 44 \text{ дБ} = -32,4 \text{ дБм; соответствует}$$

$$P_{ASE, out, ROPA1} = 575 \text{ нВт}$$

Созданный в ROPA1 шум ($\Delta P_{ASE, out, ROPA1}$):

$$\Delta P_{ASE, out, ROPA1} = P_{ASE, out, ROPA1} - G_{ROPA1} \cdot P_{ASE, in, ROPA1} = 575 - 26,8 \times 12,9 = 575 - 346 = 229 \text{ нВт}$$

$$g_{ROPA1} = 14,28 \text{ дБ соответствует } G_{ROPA1} = 26,8$$

$$F = \frac{\Delta P_{ASE, out, ROPA1} + P_{Nois, Qlim}}{G_{ROPA1} \cdot P_{Nois, Qlim}} = \frac{229 + 1,58}{26,8 \cdot 1,58} = 5,45$$

Шум фактор $NF = 10 \lg F = 7,36$ дБ

9. Оценка шум-фактора длинной линии: с помощью формулы $F(\text{дБ}) \cong 58 + P_{\text{вх}} - OSNR_{\text{вых}}$ получаем оценку: $F=40$ дБ.

10. Шум-фактор усилителя можно выразить через мощность спонтанного излучения на его выходе (в полосе 0,1 нм):

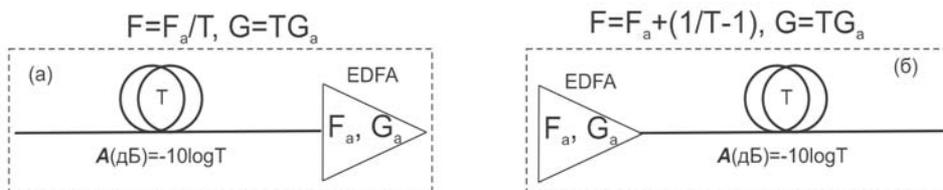
$$F_{\text{EDFA}} = (1/G) [1 + P_{\text{сп}}/h\nu\Delta\nu], \text{ где } P_{\text{сп}} = 2n_{\text{сп}} h\nu\Delta\nu(G - 1).$$

Коэффициент спонтанного излучения $n_{\text{сп}} = n_2/[n_2 - n_1 \sigma_{\text{п}}/\sigma_{\text{и}}]$ при полной инверсии равен 1. Следовательно $\min(F_{\text{EDFA}}) = 2 - 1/G$ равно 1,5; 1,9 и 1,99 при коэффициентах усиления 3 дБ, 10 дБ и 20 дБ соответственно.

11. Из формулы $F = (1/G) [1 + P_{\text{сп}}/h\nu\Delta\nu]$ получим выражение для мощность спонтанного излучения на выходе оптического усилителя: $P_{\text{сп}} = (F G - 1) h\nu \Delta\nu \approx (F G)(h\nu \Delta\nu)$. Удобно полученную приближенную формулу записать в логарифмическом виде: $p_{\text{ASE}} \approx NF + g + 10 \lg(h\nu\Delta\nu) = 4 + 20 - 58 = -34$ дБм.

12. В единицах децибел: $F = F_a - 10 \log T = F_a + a$ – пассивный элемент на входе в усилитель увеличивает его шум-фактор на величину потерь в этом элементе ($a(\text{дБ}) = -10 \log T$). $F=4,5$ дБ, усиление 19,5 дБ.

13. Пусть коэффициент пропускания пассивного элемента равен T . Коэффициент усиления всей системы равен $G = T G_a$. Шум-фактор пассивного элемента определяется выражением: $F_T = 1/T$. В формуле $F = F_1 + (F_2 - 1)/G_1 + \dots + (F_N - 1)/(G_1 \dots G_N)$ положим $G_1 = T$, $F_1 = 1/T$, $G_2 = G_a$, $F_2 = F_a$, получим: $F = 1/T + (F_a - 1)/T = F_a/T$.



Шум-фактор и коэффициент усиления EDFA с пассивным элементом (а) на входе, (б) на выходе

1. Пассивный участок представим как усилитель с усилением $G_1 = T = 1/A^{abs} = 0,01$ ($g_1 = -\alpha L = -20$ дБ) и шум-фактором $F_1 = 1/T = A^{abs} = 100$ ($NF_1 = \alpha L = 20$ дБ). Усиление усилителя $G_2 = 100$, т.к. оно компенсирует потери в волокне. Шум фактор усилителя дан $F_2 = F_a = 4$. Используем формулу Фрииса для двух усилителей:

$$F_{\Sigma} = F_1 + (F_2 - 1)/G_1 = 1/T + 1/T(F_a - 1) = (1/T) \cdot F_a = A^{abs} \cdot F_a$$

$$NF_{\Sigma} = \alpha L + NF_a$$

$$NF_{\Sigma} = 26 \text{ дБ} (F_{\Sigma} = 400)$$

2. Шум фактор пролета $NF_{Прол} = \alpha L + NF_a = 26$ дБ или $F_{Прол} = 400$, а усиление $G_{Прол} = 1$ или $g_{Прол} = 0$ дБ.

Используем формулу Фрииса для двух пролетов, рассматриваемых как обобщенные усилители:

$$F_{\Sigma} = F_1 + (F_2 - 1)/G_1 = F_{Прол} + (F_{Прол})/1 = 2F_{Прол} - 1 \approx 2F_{Прол}$$

$$NF_{\Sigma} \approx NF_{Прол} + 3 \text{ дБ}$$

$$F_{\Sigma} = 799 \text{ или } \sim 29 \text{ дБ (с высокой точностью)}$$

3. Коэффициент усиления и шум-фактор первого усилителя F_1 и G_1 , второго F_2 и G_2 . С помощью выражения

$F = (1/G) [1 + R_{сп}/h\nu\Delta\nu]$ найдем мощность спонтанного излучения этих усилителей: $R_{сп(1)} = (F_1 G_1 - 1) h\nu\Delta\nu$ и $R_{сп(2)} = (F_2 G_2 - 1) h\nu\Delta\nu$.

На выходе каскада: $R_{сп} = [(F_2 G_2 - 1) + G_2 (F_1 G_1 - 1)] h\nu\Delta\nu$. Коэффициент усиления всей системы G (в отсутствие насыщения) равен $G = G_1 G_2$. Подставив выражения для $R_{сп}$ и G в формулу $F = (1/G) [1 + R_{сп}/h\nu\Delta\nu]$, получим: $F = F_1 + (F_2 - 1)/G_1$.

4. Коэффициент усиления и шум-фактор первого усилителя F_1 и G_1 , второго F_2 и G_2 , третьего F_3 и G_3 и т.д. Найдем шум-фактор системы из двух первых усилителей:

$$F_{1+2} = F_1 + (F_2 - 1)/G_1$$

Усиление равно: $G_{1+2} = G_1 G_2$.

Найдем шум-фактор системы из трех усилителей. Для этого используем формулу Фрииса для двух усилителей, считая, что пер-

вый усилитель двухкаскадный и состоит из первого и второго усилителей. Тогда:

$$F_{1+2+3} = F_{1+2} + (F_3 - 1)/(G_1 G_2) = F_1 + (F_2 - 1)/G_1 + (F_3 - 1)/(G_1 G_2)$$

Повторяя такие рассуждения, найдем шум-фактор для любого числа последовательно соединённых усилителей.

5. Шум-фактор пролета: $NF_{Прол} = \alpha L + NF_a$ или

$$F_{Прол} = A^{abs} \cdot F_a, \text{ а усиление } G_{Прол} = 1. \text{ В соответствии с формулой}$$

Фрииса:

$$F_{\Sigma} = F_1 + (F_2 - 1)/G_1 + (F_3 - 1)/(G_1 G_2) + \dots + (F_M - 1)/(G_1 G_2 \dots G_{M-1}) =$$

$$F_{Прол} + (F_{Прол} - 1) + (F_{Прол} - 1) + \dots + (F_{Прол} - 1) = MF_{Прол} - M + 1$$

В реальных линиях связи $NF_{Прол} \gg N - 1$, поэтому

$$F_{\Sigma} \approx MF_{Прол} = M(A^{abs} \cdot F_a)$$

$$F_{\Sigma} \approx M \cdot A^{abs} \cdot F_a, \quad NF_{\Sigma} \approx \alpha L + NF_a + 10 \lg M$$

6. $OSNR_{OUT} = OSNR_{IN} / F_{\Sigma} \approx (P_{IN} / h \nu \Delta \nu) / (M \cdot A^{abs} \cdot F_a)$

Удобно выразить полученное решение в дБ:

$$OSNR_{OUT} = OSNR_{IN}^Q - NF_{\Sigma} \approx 58 + p_{IN} - \alpha L - NF_a - 10 \lg M$$

4.3. Методы создания обратной связи. Моды открытых резонаторов. Импульсные и непрерывные режимы

1.

$$N_2 - N_1 = \frac{\omega_0^2 n^3 \tau_{21}^{sp}}{\pi^2 c^3 q_{21}(\omega \omega_0)} \quad (1)$$

$$t_F = \frac{n}{c} \frac{1}{\gamma_{np} - (1/2L) \ln R} \approx \frac{n}{c} \frac{2L}{1 - R} \quad (2)$$

$$t_F \approx \frac{n}{c} \frac{2L}{1 - R} = \frac{2 \cdot 0,3}{3 \cdot 10^8 \cdot 0,05} = \frac{0,6}{10^8 \cdot 0,15} = 4 \cdot 10^{-8} = 40 \cdot 10^{-9} = 40 \text{ нс} \quad (3)$$

$$q_{21}(\omega_0) \approx 1/\delta \text{ где } \delta \approx 10^{10} \text{ с}^{-1} \quad (4)$$

$$\tau_{21}^{sp} \approx 10^{-7} \text{ c}^{-1} \quad (5)$$

Подставляя (3)-(5) в (1) получим окончательно ответ:

$$N_2 - N_1 = 10^{15} \text{ м}^{-3} = 10^9 \text{ см}^{-3}$$

2.

$$t_F = \frac{n}{c} \frac{1}{\gamma_{np} - (1/2L)\ln R} \approx \frac{n}{c} \frac{2L}{1-R}$$

$$t_F \approx \frac{n}{c} \frac{2L}{1-R} = \frac{2 \cdot 0,3}{3 \cdot 10^8 \cdot 0,05} = \frac{0,6}{10^8 \cdot 0,15} = 4 \cdot 10^{-8} = 40 \cdot 10^{-9} = 40 \text{ нс}$$

3.

$$\Delta v_Q = \frac{h\nu}{8\pi P_{OUT}} \left(\frac{c}{nL} \right)^2 (\alpha L - \ln R_{OUT} R_Z) \ln R_{OUT}$$

$$\tau_{FOT} = \frac{1}{\left(\alpha - \frac{1}{2L} \ln R_{OUT} R_Z \right) c'}$$

4.

$$\Delta v_Q = \frac{h\nu}{8\pi P_{OUT}} \left(\frac{c}{nL} \right)^2 (\alpha L - \ln R_{OUT} R_Z) \ln R_{OUT} (1 + \alpha_M)$$

$$\tau_{FOT} = \frac{1}{\left(\alpha - \frac{1}{2L} \ln R_{OUT} R_Z \right) c'}$$

4.4. Волоконная оптика

1.

Для одномодового световода нормализованная частота $V \leq 2,405$.

$$V = ak \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = akNA$$

Примем $V=2,4$

$$NA = \frac{V}{ak} = \frac{2,4 \times 1550 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-6} \times 2\pi} = 14,9 \times 10^{-2} \approx 0,15$$

2.

Так как световод одномодовый, то известно, что нормализованная частота V меньше 2,405. Возьмем нормализованную частоту $V=2,4$.

$$V = ak\sqrt{n_c^2 - n_0^2} = 2,4$$

$$V^2 = a^2 k^2 (n_c^2 - n_0^2)$$

$$n_c^2 - n_0^2 = \frac{V^2}{a^2 k^2} = \frac{5,76 \times \lambda^2}{(4 \times 10^{-6})^2 \times (2\pi)^2} = \frac{5,76 \times (1550 \times 10^{-9})^2}{16 \times 10^{-12} (6,28)^2} = \frac{5,76 \times (155)^2 \times 10^{-16}}{16 \times 39,4 \times 10^{-12}}$$

$$= 219,5 \times 10^{-4} = 0,02195 \approx 0,022$$

$$n_c^2 - n_0^2 = 0,022$$

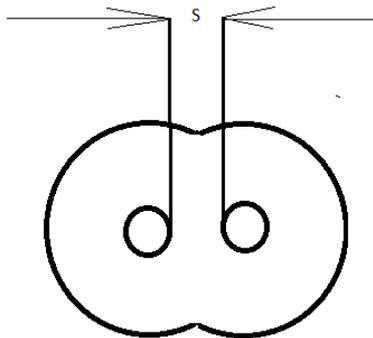
$$(n_c - n_0) \times (n_c + n_0) \approx 2n_c \Delta n$$

$$\Delta n = \frac{(n_c - n_0) \times (n_c + n_0)}{2n_c}$$

$$\Delta n = \frac{0,022}{2 \times n_c} = \frac{0,022}{2 \times 1,46} = 0,0075$$

Величина $\Delta n=0,0075$ – световод слабонаправляющий.

3. Устройство волоконного разветвителя показано на рисунке



Коэффициент связи χ равен:

$$\chi = 2 \frac{U_{11}^2 \times \frac{W_{11}}{a} \times e^{-\frac{W_{11}s}{a}}}{\beta_{11} \times 2a \left(\frac{W_{11}^2}{a^2} + \frac{U_{11}^2}{a^2} \right)} = \frac{U_{11}^2 \times W_{11} \times \lambda}{2\pi \times n \times a^2 \times V^2 \times e^{\frac{W_{11}s}{a}}}$$

Для одномодового световода:

$$U_{01} = 2,405; V = 2,4$$

$$U_{11}(V) = \frac{U_{01} \times V}{1 + [(U_{01} - 1)^4 + V^4]^{1/4}} = \frac{5,76}{1 + [(1,4)^4 + 33,2]^{1/4}} =$$

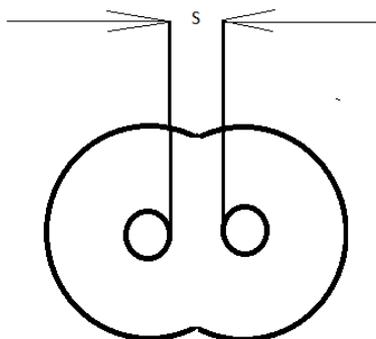
$$= \frac{5,76}{1 + [37,04]^{1/4}} = \frac{5,76}{3,47} = 1,66 \approx 1,7$$

$$W_{11} - \sqrt{V^2 - U_{11}^2} \approx 1,7$$

$$\chi = 2 \frac{(1,7)^2 \times 1,7 \times 1550 \times 10^{-9}}{845 \times 10^{-12} \times e^{\frac{1,7 \times 10 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-8}}}} =$$

$$= \frac{4,9 \times 155 \times 10^{-8}}{845 \times 10^{-12} \times e^{4,25}} \approx 0,01 \times 10^4 = 10^2 \text{ м}^{-1} = 1 \text{ см}^{-1}$$

4. Устройство волоконного разветвителя показано на рисунке



Коэффициент связи χ равен:

$$\chi = \frac{2 \frac{U_{11}^2}{a^2} \times \frac{W_{11}}{a} \times e^{-\frac{W_{11} S'}{a}}}{\beta_{11} \times 2a \left(\frac{W_{11}^2}{a^2} + \frac{U_{11}^2}{a^2} \right)},$$

где U_{11} и W_{11} – поперечные волновые числа сердцевинки и оболочки моды HE_{11} , соответственно. β_{11} – продольная постоянная распространения моды HE_{11}

$$\frac{W_{11}}{a^2} + \frac{U_{11}^2}{a^2} = \frac{V^2}{a^2},$$

где V – нормализованная частота. В этом случае выражение

$$-\frac{W_{11}}{a} \times S = \ln\left(\frac{\chi \times \beta_{11} \times V^2 \times a^2}{U_{11}^2 \times W_{11}}\right)$$

$$S = -\frac{a}{W_{11}} \ln\left(\frac{\chi \times \beta_{11} \times V^2 \times a^2}{U_{11}^2 \times W_{11}}\right)$$

Поскольку световоды слабонаправляющие, то

$$\beta_{11} = kn_c = \frac{2\pi}{\lambda} n_c$$

$$S = -\frac{a}{W_{11}} \ln\left(\frac{\chi \times 2\pi \times n_c \times V^2 \times a^2}{\lambda \times U_{11}^2 \times W_{11}}\right)$$

$$U_{11}(V) = \frac{U_{01} \times V}{1 + [(U_{01} - 1)^4 + V^4]^{\frac{1}{4}}} = \frac{5,76}{1 + [(1,4)^4 + 33,2]^{\frac{1}{4}}} = \frac{5,76}{1 + [37,04]^{\frac{1}{4}}} = \frac{5,76}{3,47} = 1,66 \approx 1,7$$

$$W_{11} = \sqrt{V^2 - U_{11}^2} \approx 1/7$$

Учитывая, что:

$$\chi = 1 \text{ см}^{-1} = 10^2 \text{ м}^{-1}; n_c = 1,46; V^2 = 5,76; U_{11} \approx 1,7; W_{11} \approx 1,7; a = 4 \times 10^{-6} \text{ м}; \lambda = 1550 \times 10^{-9} \text{ м}$$

$$\beta_{11} = kn_c = \frac{2\pi}{\lambda} n_c$$

$$S = -\frac{4 \times 10^{-6}}{1,7} \ln\left(\frac{10^2 \times 2\pi \times 1,46 \times 5,76 \times (4 \times 10^{-6})^2}{1550 \times 10^{-9} \times (1,7)^2 \times 1,7}\right) = -2,35 \times 10^{-6} \times (-4,5) = 10,6 \times 10^{-6} \approx 10 \text{ мкм}$$

5. Распределение полей на входе в разветвитель

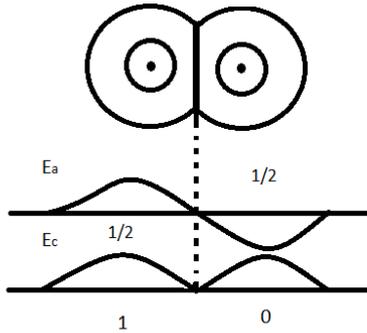


Рис. 1.

В обоих световодах возбуждены симметричные моды с интенсивностью $1/2$ и общая антисимметричная мода с интенсивностью $1/2$. В результате в левом канале свет с интенсивностью 1, а в правом – 0 (Рис. 1). Разные моды имеют разные постоянные распространения – симметричные β_1 , ассиметричные – β_2 . На рис. 2 показана ситуация в разветвителе на расстоянии L , таком, что $(\beta_1 - \beta_2) \times L = \pi$ или $\Delta\beta L = \pi$

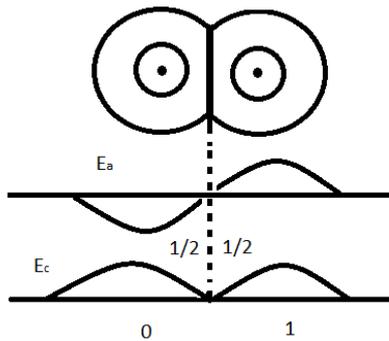


Рис. 2

В этом случае в левом канале интенсивность равна 0, а в правом – 1. Так как из системы связанных уравнений следует, что в правом канале интенсивность 1 будет тогда, когда в левом она станет равной 0, т.е.:

$$\cos^2 \kappa L = 0; \kappa \times L = \frac{\pi}{2}$$

Учитывая, что, $\Delta\beta L = \pi$, получим:

$$\frac{\Delta\beta}{\kappa} = \frac{2\pi}{\pi} \rightarrow \Delta\beta = 2\kappa \rightarrow \kappa = \frac{\Delta\beta}{2}$$

6. Из анализа систем связанных уравнений следует, что излучение полностью передается из одного канала в другой при условии:

$$\cos^2 \kappa L = 0$$

Следовательно

$$\kappa L = \frac{\pi}{2}$$

$$\kappa = \frac{\pi}{2L} \approx 1 \text{ см}^{-1}$$

Когда разветвитель работает в режиме 50/50:

$$\cos^2 \kappa L = \frac{1}{2}$$

$$\cos \kappa L = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\kappa L = \frac{\pi}{4}$$

Следовательно,

$$L = \frac{\pi}{4\kappa} = 0,75 \text{ см}$$

а) Коэффициент связи, при котором осуществляется полная передача сигнала, $\chi = 1 \text{ см}^{-1}$

б) Длина, на которой разветвитель работает в режиме 50/50 – 0,75 см.

7.

Постоянная распространения β_{sp} определяется из выражения

$$\beta_{sp}^2 = k^2 n_c^2 - \frac{U_{sp}^2}{a^2}, \text{ а для основной моды } \beta_{11}^2 = k^2 n_c^2 - \frac{U_{11}^2}{a^2}$$

Таким образом, для определения β_{11} нужно определить U_{11} – поперечное волновое число сердцевинки. Так как световод одно-модовый, то $V < 2,405$. Примем $V = 2,4$. В этом случае, с учетом того, что волокно слабонаправляющее, поперечное волновое число сердцевинки U_{11} равно

$$U_{11}(V) = \frac{U_{01}V}{1 + [U_{01} - 1]^4 + V^4]^{\frac{1}{4}}}$$

где $U_{01} = 2,4$. Отсюда, $U_{11} \approx 1,7$

$$\beta_{11}^2 = k^2 n_c^2 - \frac{U_{11}^2}{a^2} = \frac{(2\pi)^2 n_c^2}{\lambda^2} - \frac{U_{11}^2}{a^2} = 3,4 \times 10^{13} - 0,018 \times 10^{13} = k^2 n_c^2$$

$$\beta_{11}^2 = 34 \times 10^{12}; \beta_{11} = 5,8 \times 10^6 \text{ м}^{-1}$$

$$\beta Z = 2\pi; Z = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{6,28}{5,8 \times 10^6} = 1,1 \times 10^{-6} \text{ м}$$

Если длина волны λ в вакууме равна 1550 нм, то длина волны в световоде составляет:

$$\lambda = \frac{1550 \times 10^{-9}}{1,46} \approx 1,1 \times 10^{-6} \text{ м}$$

То есть набег фаз 2π реализуется на расстоянии, равном длине волны в материале световода.

8.

При отсутствии напряжения параметры двухканального модулятора подобраны так, что постоянные распространения в обоих каналах одинаковы:

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta$$

Если длина модулятора равна

$$L = \frac{\pi}{2\chi} - \text{(см. задачу 5),}$$

где χ – коэффициент связи между каналами, то при подаче света в канал 1 за счет «так называемого» туннельного эффекта на выходе модулятора свет выйдет из канала 2. Такую ситуацию будем считать, как отсутствие модуляции.

Модуляция имеет место, когда свет, поданный в канал 1, не попадет в канал 2, а выйдет наружу из канала 1. Такая ситуация будет иметь место, если в результате подачи напряжения на один из каналов из-за эффекта Погкельса изменится показатель преломления в световедущей части модулятора. Показатели преломления в двух каналах окажутся разными. Разными окажутся также и постоянные распространения:

$$\beta_1 - \beta_2 = \Delta\beta.$$

Свет перестанет перетекать из канала 1 в канал 2 при условии

$\Delta\beta L = \sqrt{3}\pi$, что следует из решения системы уравнений из п.7 раздела 2.2 «Краткий справочник по волоконной оптике» в случае

$$\beta_1 \neq \beta_2.$$

Эффективный показатель преломления в световоде составляет

$$n_3 = \frac{\beta}{k}.$$

Таким образом, изменение эффективного показателя преломления, необходимое для достижения 100% модуляции, определяется выражением

$$\Delta n_3 = \frac{\sqrt{3\pi}}{kL}.$$

В свою очередь, величина Δn_3 равна:

$$\Delta n_3 = \frac{n^3 r V}{2t_m},$$

где t_m - толщина модулятора, равная 3 мкм в нашем случае, V - приложенное напряжение.

$$\Delta n_3 = \frac{\sqrt{3\pi\lambda}}{2\pi L} = \frac{1,7 \times 1550 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-2}} = 1,3 \times 10^{-4}$$

$$V = \frac{\Delta n_3 \times 2t_m}{n^3 r} = \frac{1,3 \times 10^{-4} \times 2 \times 3 \times 10^{-6}}{(3,5)^3 \times 10^{-12}} = 18B$$

9.

Поле спадает в оболочке в соответствии с тем, как ведет себя функция Макдональда:

$$K\left(\frac{W_{11}}{a} r\right) \text{ при } r > a$$

Её можно аппроксимировать выражением

$$K\left(\frac{W_{11}}{a} r\right) \sim e^{-\frac{W_{11}}{a} r}$$

где W_{11} – поперечное волновое число оболочки. Эта функция уменьшается в e раз при

$$\frac{W_{11}}{a} r = 1$$

где W_{11} определим из соотношения:

$$W_{11} = \sqrt{V^2 - U_{11}^2}$$

где V – нормализованная частота, U_{11} – поперечное волновое число сердцевин. Так как световод одномодовый, то $V \leq 2,40V$. Примем $V=2,4V$. U_{11} определим из выражения для одномодового слабо-направляющего волокна:

$$U_{11}(V) = \frac{U_{01} \times V}{1 + [(U_{01} - 1)^4 + V^4]^{1/4}}$$

где $U_{01}=2,4V$. Отсюда получаем $U_{11} \approx 1,7V$, $W_{11} \approx 1,7$. Из выражения $\frac{W_{11}}{a} r = 1$.

Получаем

$$r = \frac{a}{W_{11}} = \frac{4 \times 10^{-6}}{1,7} \approx 2,4 \times 10^{-6} \text{ м} \approx 2,5 \text{ мкм}$$

10.

Соотношение между длительностью импульса в точке Z световода (τ_z) и длительности на входе (τ_0) имеет вид:

$$\tau_z^2 = \tau_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{\tau_0^2 \left| \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|} \right)^2 \right]$$

Величина L_d – дисперсионная длина:

$$L_d = \tau_0^2 \left| \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|$$

Поэтому:

$$\tau_z^2 = \tau_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{L_d} \right)^2 \right]$$

Отсюда следует, что и для нормальной и аномальной дисперсий ход зависимости длительности импульса от расстояния одинаков при одинаковых дисперсионных длинах.

11.

При $L = \frac{1}{\gamma P}$ ширина спектра возрастает примерно в два раза. Ширина спектра возрастает в 4 раза на длине

$$L' = \frac{2}{\gamma P}$$

$$\gamma = \frac{n_2 \omega}{cS} = \frac{n_2 k}{S} = \frac{2\pi n_2}{\lambda S} = \frac{10^{-20} \times 6,28 \times 2,8}{1550 \times 10^{-9} \times 75 \times 10^{-12}} = \frac{17,58}{11,625} \approx 1,5 \text{ Bm}^{-1} \text{ км}^{-1}$$

$$L' = \frac{2}{1,5 \times 1} \approx 1,3 \text{ км}$$

12.

Фундаментальный солитон возникает, когда

$$N^2 = \frac{\tau_0^2 \gamma P_0}{\left| \frac{d^{2\beta}}{d\omega^2} \right|} = 1$$

Отсюда,

$$P_0 = \frac{\left| \frac{d^{2\beta}}{d\omega^2} \right|}{\tau_0^2 \gamma}$$

$$\gamma = \frac{n_2 \omega}{cS} = \frac{n_2 k}{S} = \frac{2\pi n_2}{\lambda S} = \frac{10^{-20} \times 6,28 \times 2,8}{1550 \times 10^{-9} \times 75 \times 10^{-12}} = \frac{17,58}{11,625} \approx 1,5 \text{ Bm}^{-1} \text{ км}^{-1}$$

$$P_0 = \frac{\left| \frac{d^{2\beta}}{d\omega^2} \right|}{\tau_0^2 \gamma} = \frac{25 \times 10^{-24}}{(90)^2 \times 10^{-24} \times 1,5} = \frac{25}{81 \times 10^2 \times 1,5} = 10^{-2} \times 0,2 = 2 \times 10^{-3} \text{ Bm} = 2 \text{ мВм}$$

13. На входе в волокно скорость передачи информации равна:

$$B = \frac{1}{2\tau_0} = \frac{1}{2 \times 10 \times 10^{-12}} = \frac{10^{12}}{20} = 50 \text{ Гбит/с}$$

При распространении по световоду импульс за счет дисперсии будет расширяться. Длительность импульса на расстоянии Z будет равна:

$$\tau_z^2 = \tau_0^2 \left[1 + \left(\frac{Z}{L_D} \right)^2 \right]$$

где

$$L_D = \frac{\tau_0^2}{\left| \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right|} = \frac{(10 \times 10^{-12})^2}{2 \times 10^{-24}} = 50 \text{ км}$$

По условию задачи:

$$\frac{1}{2\tau_z} = 20 \times 10^9; \quad \tau_z = \frac{1}{2 \times 20 \times 10^9} = 0,025 \times 10^{-9} = 25 \text{ пс}$$

$$\frac{\tau_z^2}{\tau_0^2} = 1 + \left(\frac{Z}{L_D} \right)^2; \quad \left(\frac{Z}{L_D} \right)^2 = \frac{\tau_z^2}{\tau_0^2} - 1 = \frac{25^2}{10^2} - 1 = 5,25; \quad \frac{Z}{L_D} = \sqrt{5,25} \approx 2,3$$

$$Z = 2,3 \times L_D = 2,3 \times 50 = 115 \text{ км}$$

14.

Зная, что

$$P = P_0 e^{(-\alpha Z)}$$

$$\frac{dP}{dZ} = -\alpha P_0 e^{(-\alpha Z)}$$

Получаем

$$\alpha = \frac{-\frac{dP}{dZ}}{P_0 e^{-\alpha Z}} = \frac{\text{Потери мощности на единицу длины}}{\text{Прошедшая по световоду мощность}}$$

15.

Коэффициент ненасыщенного усиления

$$G_R = \exp(g_R (\lambda_{\text{сигн}}) \times P_{\text{нак}} \times L_{\text{эфф}} / s)$$

Определим длину волны накачки

$$V_{\text{нак}} = V_{\text{сигн}} + 13Tz\psi$$

$$V_{\text{сигн}} = \frac{c}{\lambda_{\text{сигн}}} = \frac{3 \times 10^8}{1,55 \times 10^{-6}} = 1,94 \times 10^{14} \text{ Гц}$$

$$V_{\text{нак}} = 1,94 \times 10^{14} \text{ Гц} + 13 \times 10^{12} = 2,07 \times 10^{14} \text{ Гц}$$

$$\lambda_{\text{нак}} = \frac{c}{V_{\text{нак}}} = \frac{3 \times 10^8}{2,07 \times 10^{14}} = 1,45 \text{ мкм}$$

Коэффициент комбинационного усиления g_R обратно пропорционален длине волны накачки, поэтому в нашем случае

$$g_R(\lambda_{\text{сигн}}) = \frac{10^{-13}}{1,45} = 0,7 \times 10^{-13} \text{ м / Вт}$$

Из-за поглощения волны накачки в выражение коэффициента усиления G_R вместо длины световода L входит эффективная длина $L_{\text{эфф}}$

$$L_{\text{эфф}} = \frac{1}{\alpha_{\text{нак}}} = [1 - \exp(-\alpha_{\text{нак}} L)]$$

Где $\alpha_{\text{нак}}$ - линейный коэффициент поглощения на длине волны накачки, в нашем случае на $\lambda_{\text{нак}} = 1,45 \text{ мкм}$

Из выражения для $L_{\text{эфф}}$ следует, что при малых L $L_{\text{эфф}} = L$, а при больших L

$$L_{\text{эфф}} = \frac{1}{\alpha_{\text{нак}}}$$

По графику зависимости потерь от длины волны в кварцевых световодах определяем логарифмический коэффициент поглощения на $\lambda = 1,45 \text{ мкм}$ - $\alpha(1,45) = 0,25 \text{ дБ/км}$.

$$-10 \log \frac{P_i(1 \text{ км})}{P_0} = 0,25$$

$$\log \frac{P_l(1\text{км})}{P_0} = -0,025$$

$$\frac{P_l(1\text{км})}{P_0} = 0,94$$

$$P_l = P_0 \times e^{-\alpha l}$$

$$\frac{P_l}{P_0} = e^{-\alpha l} = 0,94$$

$$-\alpha L = \ln(0,94)$$

$$-\alpha L = -0,06$$

$$\alpha = \frac{0,06}{L} = \frac{0,06}{10^3} = 6 \times 10^{-7} \text{ см}^{-1}$$

Определим $L_{\text{эфф}}$

$$L_{\text{эфф}} = \frac{1}{6 \times 10^{-5}} \times [1 - \exp(-6 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^3)] = \frac{1}{6 \times 10^{-5}} \times [1 - \exp(-0,3)] = \frac{1}{6 \times 10^{-5}} (1 - 0,74) = 0,17 \times 10^5 \times 0,26 = 4,4 \text{ км}$$

Таким образом,

$$G_R(1,55) = \exp(0,7 \times 10^{-13} \times 1 \times 4,4 \times 10^3 / 50 \times 10^{-12}) = \exp\left(\frac{3 \times 10^{-10}}{50 \times 10^{-12}}\right) = \exp\left(\frac{3 \times 10^2}{50}\right) = 403$$

$$10 \log G_R = 10 \log 403 = 26 \text{ Дб}$$

16.

Пороговая мощность накачки $P_{\text{кр}}$ при генерации ВКР из шумов и одинаковым направлением сигнала и накачки определяется на основании следующего выражения:

$$\frac{g_R(\lambda_{\text{сигн}}) \times P_{\text{кр}} \times L_{\text{эфф}}}{S} = 16, \text{ откуда}$$

$$P_{\text{кр}} = \frac{16 \times S}{g_R(\lambda_{\text{сигн}}) \times L_{\text{эфф}}}$$

Известно, что коэффициент комбинационного усиления g_R обратно пропорционален длине волны накачки. Поэтому в нашем случае

$$g_R(\lambda_{\text{сигн}}) = \frac{10^{-13}}{1,45} = 0,7 \times 10^{-13} \text{ м / Вт}$$

Из-за поглощения волны накачки в выражение $P_{кр}$ вместо длины волны световода L входит эффективная длина $L_{эфф}$

$$L_{эфф} = \frac{1}{\alpha_{нак}} = [1 - \exp(-\alpha_{нак} L)],$$

Где $\alpha_{нак}$ - линейный коэффициент поглощения на длине волны накачки, в нашем случае $\lambda_{нак} = 1,45$ мкм

Из выражения для $L_{эфф}$ следует, что при малых L , $L_{эфф} = L$, а при

больших L $L_{эфф} = \frac{1}{\alpha_{нак}}$

По графику зависимости потерь от длины волны в кварцевых световодах определяем логарифмический коэффициент поглощения на $\lambda = 1,45$ мкм - $\alpha(1,45) = 0,25$ дБ/км

$$-10 \log \frac{P_l(1км)}{P_0} = 0,25$$

$$\log \frac{P_l(1км)}{P_0} = -0,025$$

$$\frac{P_l(1км)}{P_0} = 0,94$$

$$P_l = P_0 \times e^{-\alpha l}$$

$$\frac{P_l}{P_0} = e^{-\alpha l} = 0,94$$

$$-\alpha L = \ln(0,94)$$

$$-\alpha L = -0,06$$

$$\alpha = \frac{0,06}{L} = \frac{0,06}{10^3} = 6 \times 10^{-7} \text{ см}^{-1}$$

Определим $L_{эфф}$

$$L_{эфф} = \frac{1}{6 \times 10^{-5}} \times [1 - \exp(-6 \times 10^{-5} \times 15 \times 10^3)] = \frac{1}{6 \times 10^{-5}} \times [1 - \exp(-0,9)] =$$

$$= 16,7 \times 10^3 \times (1 - 0,4) = 16,7 \times 10^3 \times 0,6 = 10 \text{ км}$$

$$P_{кр} = \frac{16 \times 50 \times 10^{-12}}{0,7 \times 10^{-13} \times 10^4} = 1,1 \text{ Вт}$$

Величину поля E определим на основании выражения

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n |E|^2, \text{ где}$$

$$I = P_{кр} / S - \text{интенсивность, } \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \frac{A \times C}{B \times M} - \text{электрическая}$$

постоянная, c - скорость света, n - показатель преломления

$$|E| = \left(\frac{2P_{кр}}{S \times \varepsilon_0 \times c \times n} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \times 1,1}{50 \times 10^{-12} \times (1/36\pi) \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8 \times 1,5} \right) =$$

$$= 3 \times 10^6 \text{ В/М} = 3 \times 10^4 \text{ В/см}$$

Определим длину волны стоксова сигнала:

Частота сигнала $\nu_{сигн}$ равна

$$\nu_{сигн} = \nu_{нак} - 13 \text{ ТГц}$$

$$\nu_{нак} = \frac{c}{\lambda_{нак}} = \frac{3 \times 10^8}{1,45 \times 10^{-6}} = 2,07 \times 10^{14} \text{ Гц}$$

$$\nu_{сигн} = 2,07 \times 10^{14} - 13 \times 10^{12} = 1,94 \times 10^{14} \text{ Гц}$$

$$\lambda_{сигн} = \frac{c}{\nu_{нак}} = \frac{3 \times 10^8}{1,94 \times 10^{14}} = 1,55 \text{ мкм}$$

17.

Порог генерации ВРМБ $P_{кр}$ определяется из следующего выражения

$$\frac{g_B \times P_{кр} \times L_{эфф}}{S} = 21$$

$$P_{кр} = \frac{21 \times S}{g_B \times L_{эфф}} = \frac{21 \times 50 \times 10^{-12}}{5 \times 10^{-11} \times 20 \times 10^3} \cong 10^{-3} \text{ Вт} = 1 \text{ мВт}$$

Величину поля E определим на основании выражения

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n |E|^2, \text{ где } I = \frac{P_{\text{кр}}}{S} - \text{интенсивность}$$

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{1}{36\pi} \right) \times 10^{-9} \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{В} \cdot \text{м}} - \text{электрическая постоянная}$$

c – скорость света;

n – показатель преломления.

$$|E| = \left(\frac{2P_{\text{кр}}}{S\varepsilon_0 cn} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-12} \times \left(\frac{1}{36\pi} \right) \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8 \times 1,5} \right)^{1/2} = 10^5 \text{ В/м} = 10^3 \text{ В/см}$$

18.

Поскольку выполняется условие фазового синхронизма, то коэффициент усиления G определяется выражением

$$G = \frac{1}{4} e^{2\gamma P_H L_{\text{эфф}}}$$

Анализ показывает (см. зад. 15), что в нашем случае

$$L_{\text{эфф}} = 500 \text{ м.}$$

Отсюда,

$$G = \frac{1}{4} e^{2 \times 1 \times 1,4 \times 0,5}$$

$$G = 10^6; 10 \lg G = 60 \text{ дБ}$$

19.

Поскольку $\Delta\beta$ -малая величина, то для четырехволнового усиления применима формула:

$$G = (\gamma P_H L_{\text{эфф}})^2 = (10 \times 1 \times 10)^2 = 10^4$$

$$G = 10 \lg 10^4 = 40 \text{ дБ.}$$

20.

Уравнение, связывающее длину волны λ и период фазовой решетки Λ , имеет вид: $\lambda = 2n\Lambda$

Отсюда,

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2n}$$

$$\Lambda = \frac{1080 \times 10^{-9}}{2 \times 1,46} \approx 370 \times 10^{-9} \text{ м} = 0,37 \text{ мкм}$$

$$\Lambda = 0,37 \text{ мкм}$$