

**Физический факультет Московского государственного университета
им. М.В. Ломоносова
Кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем**

П.В. Короленко

Введение во фрактальную арт-терапию

Москва 2025 г.

П.В. Короленко, Введение во фрактальную арт-терапию. Учебно-методическое пособие. – М.: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 43 с.

Аннотация

Пособие содержит описание основ современной фрактальной арт-терапии. Фрактальная арт-терапия представляет междисциплинарное научное направление, развитие которого основывается на анализе воздействия на человеческий организм физических факторов, имеющих фрактальную пространственно-временную структуру. Ее междисциплинарный характер определяется тем, что включает представления психологии, различных областей медицины, оптики, фрактальной физики и эстетики.

Для студентов и аспирантов, специализирующихся в области физической оптики и оптики лазеров.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<u>ВВЕДЕНИЕ</u>	<u>5</u>
<u>Глава 1. ОСНОВЫ ФРАКТАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ</u>	<u>7</u>
<u>Глава 2. ЦИФРОВАЯ ЖИВОПИСЬ</u>	<u>16</u>
<u>Глава 3. НЕЦИФРОВАЯ ФРАКТАЛЬНАЯ ЖИВОПИСЬ</u>	<u>19</u>
<u>Глава 4. ОСОБЕННОСТИ ВОСПРИЯТИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ</u>	<u>24</u>
<u>ГЛАВА 5. ФЕНОМЕН ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ</u>	<u>27</u>
<u>ГЛАВА 6. ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КРАСОТЫ ФРАКТАЛОВ</u>	<u>32</u>
<u>ЛИТЕРАТУРА</u>	<u>41</u>

Введение

В пособии с привлечением междисциплинарных представлений дано описание основ современной фрактальной арт-терапии. Фрактальная арт-терапия представляет междисциплинарное научное направление, развитие которого основывается на анализе воздействия на человеческий организм физических факторов, имеющих фрактальную пространственно-временную структуру. Ее междисциплинарный характер определяется тем, что включает представления психологии, различных областей медицины, оптики, фрактальной физики и эстетики. Фрактальная арт-терапия является разделом арт-терапии, имеющей более широкое толкование. «Психотерапевтическая энциклопедия» под ред. Б.Д. Карвасарского указывает на то, что арт-терапия представляет собой «использование искусства как терапевтического фактора».

Сам термин “арт-терапия” впервые появился лишь в конце 30-х – начале 40-х годов прошлого столетия. Авторами этого термина считают английского исследователя Адриана Хилла, а также основоположника психодрамы Якоба Морено (ему принадлежит первый в мире журнал по арт-терапии и идея создания арт-терапевтической ассоциации, существующей до сих пор).

Современная арт-терапия подразделяется на два основных направления. Представители первого направления предпочитают использовать уже готовые произведения профессиональных творцов (написанные картины, музыку и т.п.). При этом, положительным моментом, безусловно, является высочайший уровень произведений и, соответственно, высокий уровень, закодированных в них переживаний. Кроме того, снимается страх перед необходимостью что-то делать самому, не будучи специально обученным.

Представители второго направления используют самостоятельное творчество пациентов или участников групп. В этом случае положительным моментом является собственное творчество. Пациентам предлагаются разнообразные занятия изобразительного и художественно-прикладного характера (рисунок, графика, живопись, скульптура, дизайн, резьба, выжигание, чеканка, мозаика, всевозможные поделки из меха, кожи, тканей и др.), которые направлены на активизацию общения с психотерапевтом или в группе в целом для более ясного, тонкого выражения своих переживаний, проблем, внутренних противоречий, с одной стороны, а также творческого самовыражения — с другой. Самовыражение при этом рассматривается не просто как действие, процесс, а

подчеркивают его эстетическую сторону. Интегрирующая роль искусства заключается в том, что творческий процесс снижает напряжение, ведущее к неврозу, и объективизирует внутренние конфликты. Интегративно-креативные возможности искусства являются мощным способом борьбы с дезинтеграцией и беспорядочностью психики, средством влияния на характер построения зрительных представлений и реконструкции «Я» при потере реальности.

В литературе при описании различных методов арт-терапии уделено внимание хотя и в меньшей степени и достаточно условно таким формам как музыкальная, танцевальная и театрально-игровая терапия. Согласно международному определению (European Consortium for Arts Therapies Education), терапия искусством (*arts therapies*) представляет собой группу лечебных и коррекционных методов, применяемых специалистами с соответствующей клинической подготовкой, как правило, на основе одной из экспрессивных модальностей визуальных искусств, музыки, искусства театра и танца. Применением визуальных искусств с целью лечения (психокоррекции) занимаются арт-терапевты, музыки – музыкальные терапевты, театральные форм – драматерапевты, а танца – танцевально-двигательные терапевты.

Одной из важных сфер работы психотерапевтов и практических психологов является оказание помощи лицам, пережившим травматический стресс. С этой целью все чаще стали использоваться возможности арт-терапии. Ее применяют все более активно с разными группами пациентов с реакциями на тяжелый стресс и нарушениями адаптации вследствие пережитой психической травмы, или дискомфорта в послеоперационный период. Важное значение при этом придается невербальному характеру арт-терапии, богатым возможностям выражения и интеграции опыта на основе использования невербальной экспрессии, работы с образами и экстернализации переживаний.

При работе с психической травмой и ее последствиями могут использоваться все виды терапии искусством как по отдельности, так и в сочетании друг с другом. Такие интегрированные виды терапии, как правило, именуется полимодальной (интермодальной) терапией творчеством или терапией выразительными искусствами (*expressive arts therapies*). Визуально-пластические средства могут быть, например, дополнены ролевой игрой, движением или музыкой.

Литературные источники содержат разностороннюю информацию по использованию технологии арт-терапии в медицине, которая не ставит под сомнение ее эффективность. Однако физиологические и оптико-физические процессы в зрительном аппарате человека, обеспечивающие значимый терапевтический эффект изучены еще недостаточным образом и нуждаются в дополнительных исследованиях.

В данном пособии рассмотрена та область арт-терапии, которая основана на визуальном восприятии пациентами изображений фрактальных объектов. Она содержит описание структурных особенностей фрактальных образований, ретроспективный анализ возможностей практического использования цифровой и нецифровой фрактальной живописи, результаты оригинальных исследований скейлинговых свойств фрактальных структур и их роли в передаче и обработке оптической информации. Пособие содержит расширенный типоряд фрактальных структур, которые могут быть использованы в медицинской практике или непосредственно, или в качестве ориентиров при поиске соответствующих аналогов.

Глава 1. Основы фрактальных представлений

В данной главе рассматриваются хорошо изученные самоподобные объекты, с помощью которых удобно проиллюстрировать самые важные особенности фрактальных представлений. Проведенная классификация фрактальных образований позволит выявить на основе сравнения их характеристик наиболее существенные свойства фрактальных объектов, которые составят предмет дальнейшего изучения. Начнем с определения фракталов.

Фракталами называются геометрические объекты: линии, поверхности, пространственные тела, имеющие сильно изрезанную форму и обладающие свойством самоподобия. Основоположник теории фракталов франко-американский математик Бенуа Мандельброт образовал термин *фрактал* от латинского причастия *fractus*. Соответствующий глагол *frangere* переводится как *ломать, разламывать*, т.е. создавать фрагменты неправильной формы. Самоподобие как основная характеристика фрактала означает, что он более или менее единообразно устроен в широком диапазоне масштабов. Так, при увеличении маленькие фрагменты фрактала получаются очень похожими на большие. Это предопределяет масштабную инвариантность (скейлинг) основных геометрических особенностей фрактального объекта, их неизменность при изменении масштаба. Конечно, для реального природного фрактала существуют минимальный и максимальный масштабы длины, ограничивающие область (область скейлинга), вне пределов которой основное свойство фрактала – самоподобие – пропадает.

Фрактальные формы удивительно широко распространены в природе (береговая линия, гористый рельеф, река, дерево и т.д.). Известны фрактальные структуры веществ, фрактальные структуры множеств и случайных процессов. При проведении физических исследований (в том числе и оптических) фрактальные признаки могут быть обнаружены

в структуре регистрируемых сигналов и полей. Часто фрактальность проявляется в поведении функций, характеризующих распределение физических величин во времени и пространстве.

При описании свойств фрактала важную роль играет такая его характеристика как фрактальная размерность. Фрактальная размерность D отличается от топологической и, как правило, является дробной (хотя может быть и целым числом), в отличие от привычной всем нам топологической размерности d (линия имеет размерность $d=1$, плоская фигура – $d=2$, объемная фигура, например, куб, – $d=3$). В общем случае фрактальная размерность D превосходит топологическую d .

Дробная фрактальная размерность означает, что объект заполняет пространство не полностью, а лишь частично. Примером такого объекта могут служить легкие. За счет своей извилистости они характеризуются колоссальной площадью, сравнимой с площадью теннисного корта. Это обеспечивает поступление достаточного количества кислорода в организм. Похожую структуру имеют клеточные мембраны, и многие другие сложные составляющие живых организмов. Конечно, в зависимости от решаемой исследователем задачи, он может рассматривать те же легкие, как трехмерный объект, а может как объект с фрактальным строением. В специальной литературе описаны различные методы определения фрактальной размерности, по величине которой можно идентифицировать различные типы фракталов.

При разнообразных модельных представлениях часто используются регулярные математические фракталы. Определяющее их множество точек в евклидовом пространстве порождается бесконечной рекурсивной процедурой: на каждом шаге итерации исходный элемент построения (инициатор) преобразуется посредством применения масштабированного «генератора» по определенному правилу. Рассматривая фрактал при разной степени увеличения, мы можем видеть подобие частей целому, некие повторяющиеся паттерны (см. *рис. 1.1*).

В качестве примеров регулярных фракталов приведем три объекта: канторовское множество, кривую Коха и салфетку Серпинского.

Процедура построения однородного *канторовского множества* заключается в следующем (см. *рис. 1.1*).

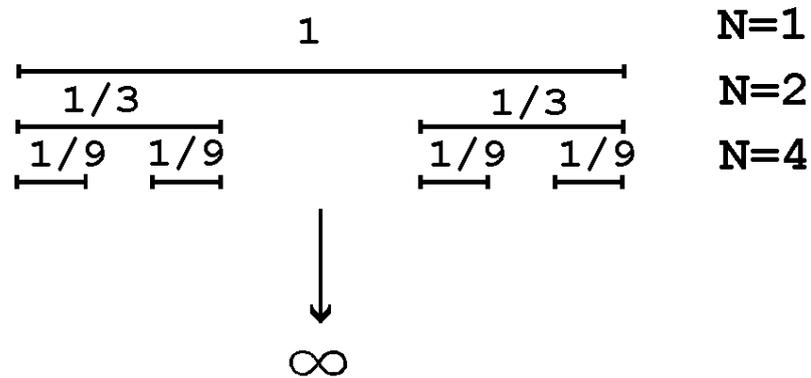


Рис. 1.1. Канторовское множество.

Первоначально берется отрезок прямой единичной длины. Затем он делится на три равные части, и вынимается отрезок в середине, находящийся между точками $1/3$ и $2/3$. Это первый шаг итерационной процедуры. На втором шаге подобной же процедуре деления на три равные части и последующего удаления середины подвергается каждый из двух оставшихся отрезков. Так продолжается до бесконечности. Нетрудно видеть, что суммарная длина (мера) получившихся в пределе отрезков равна нулю, так как мы исключили в результате длину, равную 1. Следовательно, возникшее множество представляет собой бесконечное число изолированных точек, которое и получило название канторовского множества. Фрактальной размерность этого множества имеет величину $D = 0.6309$ [Короленко, 2020]. Она оказывается меньше Евклидовой размерности пространства ($d = 1$), в котором располагается это множество, но все-таки, несмотря на то, что длина его равна нулю, отлична от нуля, т.е. больше топологической размерности элементов (точек) этого множества.

Кривая Коха строится следующим образом (см. рис. 1.2).

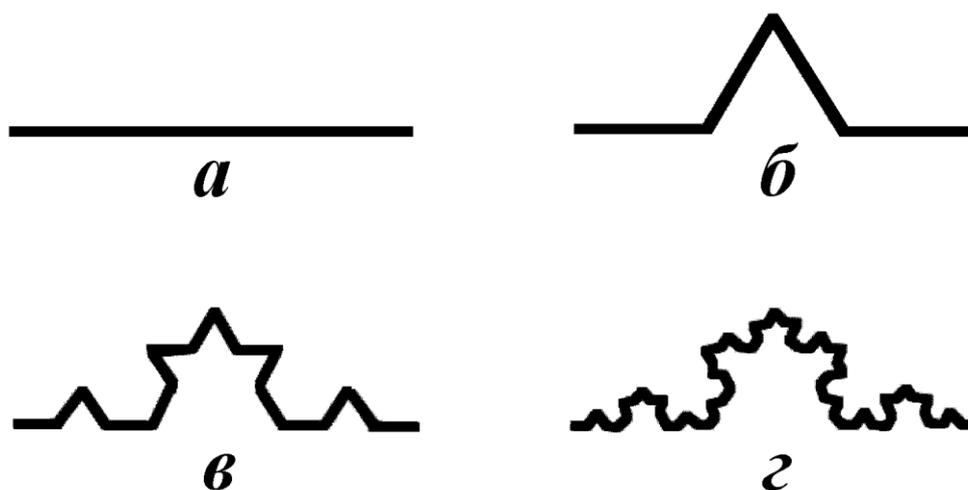


Рис. 1.2. Этапы построения кривой Коха.
 $a - K_0$, $б - K_1$, $в - K_2$, $г - K_3$.

Пусть K_0 – начальный отрезок. Уберем среднюю треть и добавим два новых отрезка такой же длины, как показано на рис. 1.2, б. Назовем полученное множество K_1 . Повторим данную процедуру многократно, на каждом шаге заменяя среднюю треть двумя новыми отрезками. Обозначим через K_n фигуру, получившуюся после n -го шага. Последовательность кривых при увеличении n сходится к некоторой предельной кривой K , которая и называется кривой Коха. Длина этой кривой равна бесконечности, а фрактальная размерность равна $D = 1.2618$ [Короленко, 2020]. Эта величина больше единицы (топологической размерности линии), но меньше Евклидовой размерности плоскости, $d = 2$, на которой расположена кривая.

Регулярный фрактал, называемый *салфеткой Серпинского*, получается последовательным вырезанием центральных равносторонних треугольников так, как показано на рис. 1.3. В результате получается "дырчатая" фигура (см. рис. 1.4), состоящая из бесконечного числа изолированных точек и имеющая фрактальную размерность $D = 1.5849$ [Короленко, 2020]

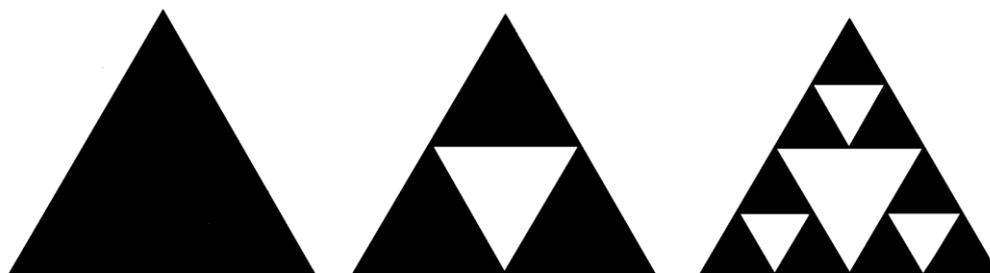


Рис. 1.3. Построение салфетки Серпинского.

На нулевом шаге построения салфетки строится один равносторонний треугольник с длиной стороны $l = 1$, а на следующем – три равносторонних треугольника со сторонами $l' = 1/2$ и т.д. Салфетка имеет нулевую площадь, поскольку в процессе ее построения была исключена площадь, в точности равная площади исходного треугольника. Об этом же говорит и значение фрактальной размерности, которая меньше размерности плоскости, на которой находится этот объект.

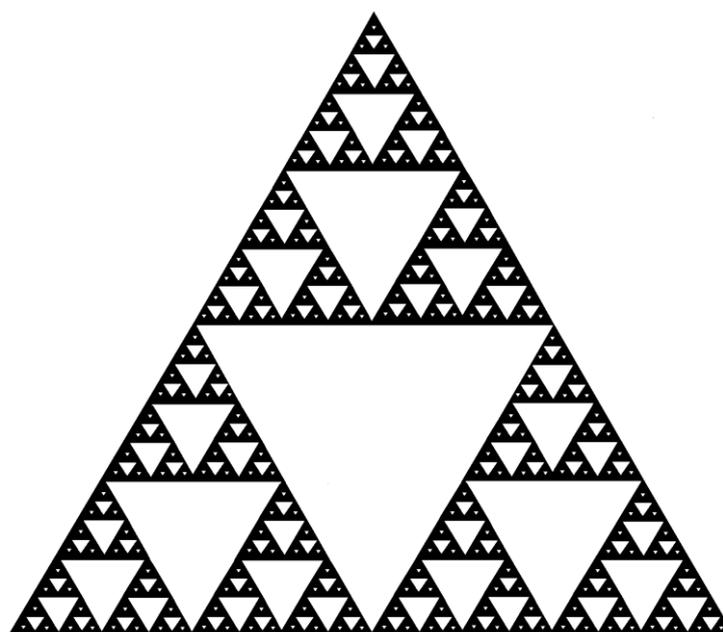


Рис. 1.4. Салфетка Серпинского.

Если при разных масштабах рассмотрения сохраняются статистические (вероятностные) свойства объекта, то можно говорить о статистическом самоподобии. Так, статистика распределения крупных кровеносных сосудов, измеряемых в миллиметрах, совершенно подобна распределению мелких, измеряемых в микрометрах.

Подчеркнем, что фрактальный анализ параметров динамических процессов при изучении особенностей функционирования с необходимостью требует надежного и длительного ряда наблюдений. Именно поэтому фрактальные модели в первую очередь проникли в нейронауки, психофизиологию, симуляционное моделирование. В этих областях можно рассматривать достаточно длинные ряды наблюдений за реальным объектом или параметрами искусственной модели поведения.

Несмотря на то, что самоподобие естественных фракталов из-за неизбежного влияния случайности носит, как правило, приближенный характер, фрактальные свойства объектов можно выявить и анализировать. Важно, что при изменении масштаба фрактальная структура сохраняет свою сложность, которая обнаруживается на всех уровнях. Фракталу нельзя приписать характерную среднюю величину составляющих структур, ведь при изменении масштаба меняются количество и величина принимаемых в рассмотрение элементов [Mandelbrot, 1982]. Новая объективно измеряемая характеристика – фрактальная размерность – открывает новые возможности исследования психологических феноменов. Этот показатель анализируется с применением разных методов вычисления и при разных схемах эксперимента. Показатель фрактальной размерности может служить основой для идентификации, – своего рода отпечатком пальцев, – позволяя по этому критерию классифицировать статические и динамические объекты.

Существует так называемый рандомизированный алгоритм построения салфетки Серпинского. Для его реализации опять возьмем равносторонний треугольник с вершинами в точках A , B и C (см. *рис. 1.5*). Выберем внутри треугольника произвольным образом начальную точку. Соединим начальную точку с вершиной треугольника A отрезком прямой и на его середине поставим точку (см. *рис. 1.5*). Пусть теперь она будет играть роль начальной. Соединим теперь ее с вершиной B или C . Выбор одной из них следует осуществлять случайным образом, используя, например, для этого подбрасывание монеты. В результате на каждом шаге мы будем получать все новые и новые точки. Несмотря на элемент случайности, заложенный в процедуру построения множества, после достаточно большого числа шагов его структура приобретает характерную для салфетки Серпинского форму. Ниже, на *рис. 1.6* (слева направо), показаны структуры, состоящие из 5 000, 10 000 и 50 000 точек. Видно, что по мере увеличения числа точек все явственнее проступает структура салфетки Серпинского.

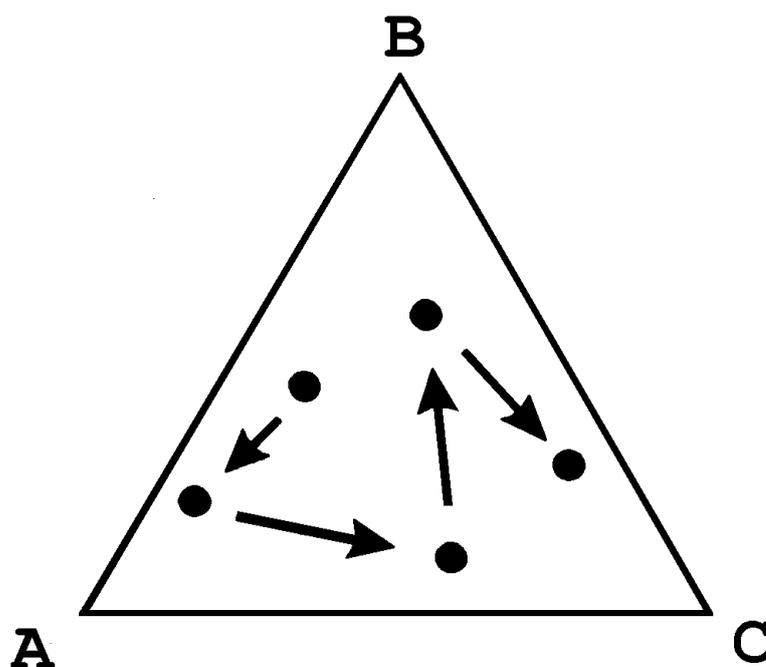


Рис.1.5. Построение рандомизированной салфетки Серпинского.

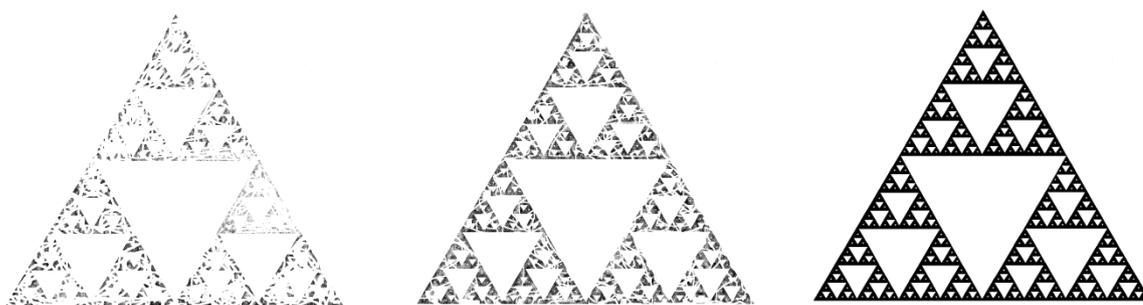


Рис. 1.6. Результаты реализации рандомизированного варианта построения салфетки Серпинского.

Таким образом, салфетку Серпинского можно рассматривать в качестве аттрактора, к которому стремится множество точек при стремлении к бесконечности числа шагов реализации вышеописанной процедуры.

Завершая общую характеристику фракталов, отметим, что к ним принято относить не только самоподобные, но и так называемые *самоафинные* объекты. К последним относятся геометрические фигуры, части которых могут быть приведены в соответствие со всей фигурой с помощью преобразований подобия, проводимых по разным направлениям с различными коэффициентами подобия. К такого рода самоафинным объектам могут быть отнесены, в частности, броуновские кривые.

На *рис. 1.7, а* показано, как выглядит под микроскопом типичная траектория частицы пыли, совершающей броуновское движение.

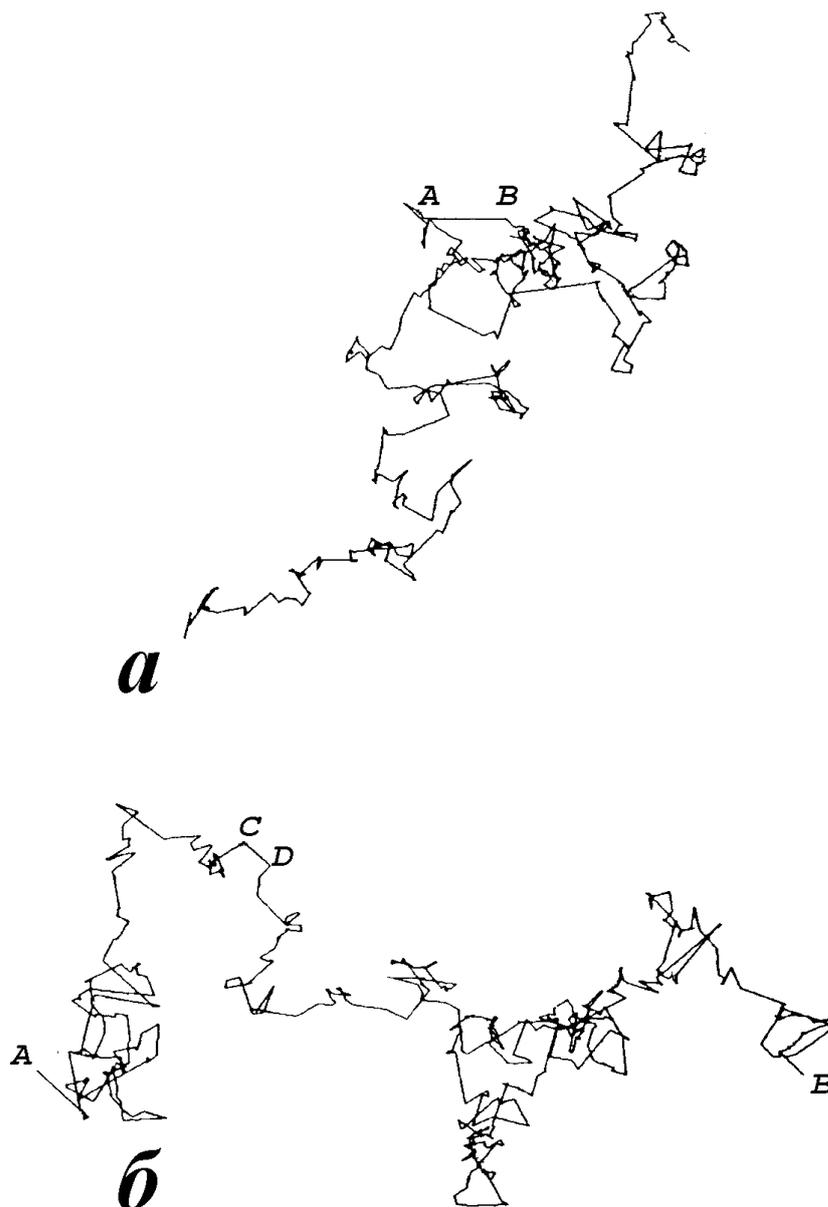


Рис. 1.7. Броуновское движение.

Однако приведенная на рис. 1.7, а траектория является лишь грубым приближением. Если мы увеличим в сто раз разрешение прибора, регистрирующего смещение частицы, участок траектории между точками А, В, будучи увеличенным в 10 раз, примет вид, показанный на рис. 1.7, б. Отрезок прямой соединяющий точку А с точкой В, превратился в 100 прямолинейных отрезков, каждый из которых имеет (в среднем) такую же длину, как прямолинейные звенья ломаной на рис. 1.7, а (хотя в действительности они в 10 раз короче, так как траектория на рис. 1.7, б показана в 10-кратном увеличении).

Аналогичная ситуация будет наблюдаться при более точном регистрации движения частицы между точками C и D на *рис. 1.7, б*. Если увеличить разрешение еще в 100 раз, а затем подвергнуть полученные траектории 10-кратному увеличению, то полученная картина окажется *статистически подобна* той, которую мы видим на *рис. 1.8, б*. Именно поэтому и принято называть броуновское движение *статистически самоподобным*.

Как мы уже отмечали, у каждого реального самоподобного процесса должен быть наибольший и наименьший масштаб: нельзя бесконечно увеличивать или уменьшать масштаб. Однако в случае броуновского движения диапазон масштабов, в пределах которого сохраняется самоподобие, охватывает много порядков величины – от размеров сосуда с жидкостью (допустим, 0,1 м) до длины свободного пробега молекул между столкновениями, которая для малых пробных частиц может достигать 10^{-9} м. Во многих случаях объекты исследования называются самоподобными, если их можно масштабировать с коэффициентом подобия 10 или даже меньше, скажем, за три дискретных шага. Броуновское же движение выдерживает преобразование подобия с коэффициентом до 10^8 .

Среди разнообразных фрактальных объектов видное место занимают так называемые мультифракталы. *Мультифракталы* – это н е о д н о р о д н ы е фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от регулярных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, фрактальной размерности D , а необходим целый спектр таких размерностей, число которых, вообще говоря, бесконечно. Причина этого заключается в том, что наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми величиной D , такие фракталы обладают и некоторыми статистическими свойствами.

В качестве примера неоднородного фрактала приведем так называемое неоднородное канторовское множество. Возьмем уже знакомое нам канторовское множество, полученное исключением средних третей *рис. 1.1*. Пусть в начале процедуры (нулевой шаг) у нас имеется единичный отрезок, по которому как-то распределены N точек нашего фрактального множества. На первом шаге мы уже имеем 2 отрезка по краям первоначального единичного интервала, каждый из них длиной $1/3$. Пусть наши исходные N точек распределены по ним теперь следующим образом. Левый отрезок заселен с вероятностью p_1 и имеет $p_1 N$ точек, а правый - с вероятностью $p_2 = 1 - p_1$, и на нем, соответственно, находится $p_2 N$ точек. Затем с каждым из этих отрезков мы поступаем аналогичным образом. В результате на втором шаге у нас уже имеется 4

отрезка длиной $1/9$, заселенных с вероятностью (слева направо) p_1^2 , p_1p_2 , p_2p_1 , p_2^2

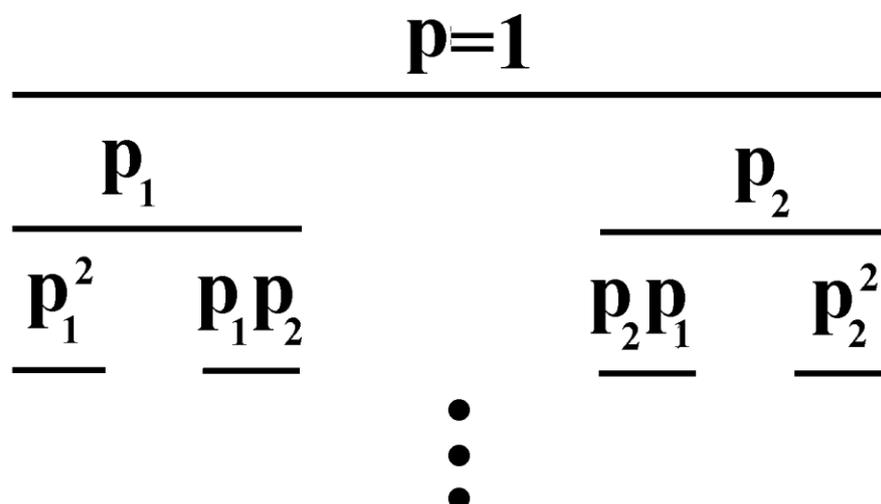


Рис. 1.8. Неоднородное канторовское множество.

(см. рис. 1.8) и т.д.

На шаге n наше множество состоит из 2^n отрезков длиной $1/3^n$, заселенных с вероятностями p_1^n , $p_1^{n-1}p_2$, $p_1^{n-2}p_2^2, \dots, p_2^n$ (не в порядке их расположения!). В результате при $n \rightarrow \infty$ и $p_1 \neq 1/2$ мы, в конце концов, приходим к неоднородному фрактальному множеству.

Глава 2. Цифровая живопись

В арт-терапии нашли использование цифровые фрактальные полотна, которые обычно относят к алгоритмическому искусству, основанному на визуализации отображений математических фрактальных множеств на экране компьютера. Такого рода цифровые фрактальные картины привлекают внимание и доставляют эстетическое удовольствие наличием в них рекурсивных повторений и самоподобных элементов. Появление фрактальной живописи по времени практически совпало с появлением и становлением теории фрактальных структур и процессов. В 1984 году в институте Гете на выставке “Frontiers of chaos” (Границы хаоса) демонстрировались работы группы математиков и физиков Бременского университета под руководством Петера Рихтера (P.

Richer) и Ханца-Отто Пайтгена (О.-Н. Peitgen). Многие из тех картин представляли собой цветные фрагменты множества Мандельброта и вошли в изданную затем книгу “Красота фракталов” [Пайтген, 1993].

Широкое распространение получили фрактальные структуры, которые строились на комплексной плоскости посредством итерационной формулы: $Z_{n+1} = Z_n^m + C$, где $m \geq 2$, Z – комплексные числа, C – комплексная константа. В качестве примеров реализации такой процедуры можно привести фрактальные множества Мандельброта и Жюлиа (рис.2.1, рис.2.2).

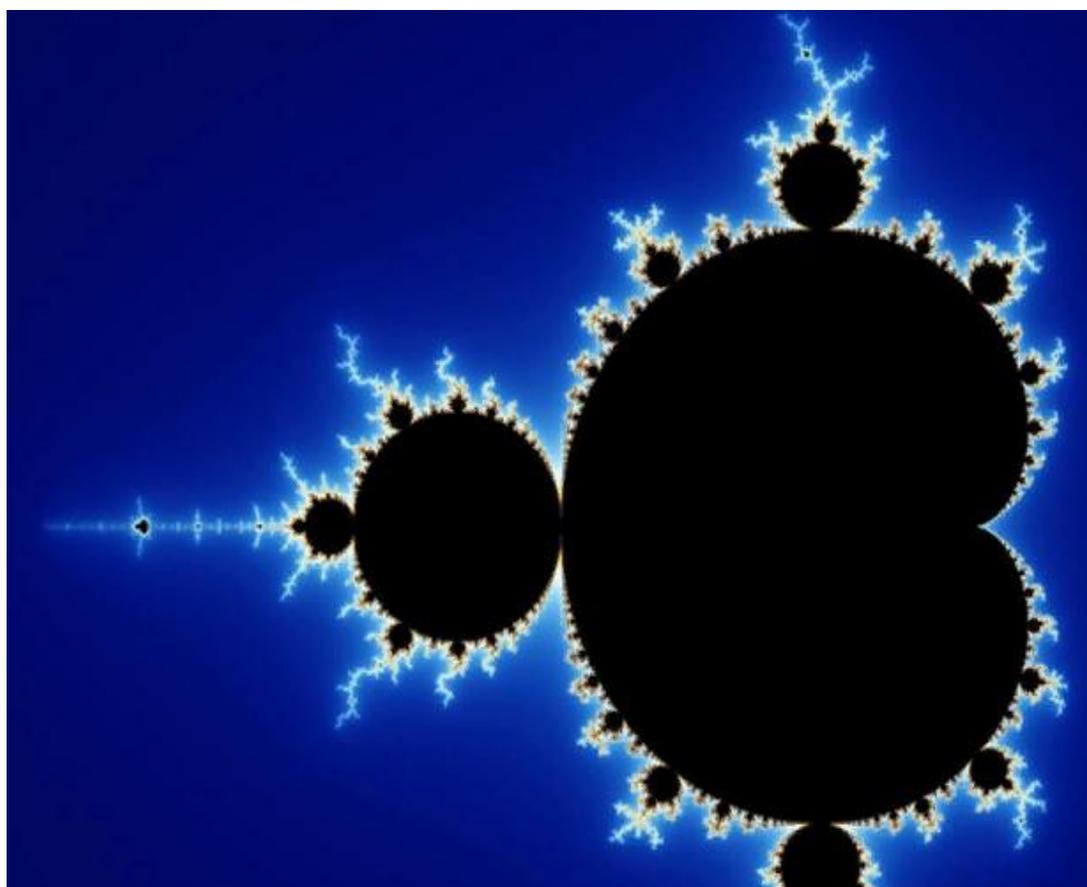


Рис. 2.1. Множество Мандельброта [<https://habr.com/ru/articles/525982/>].

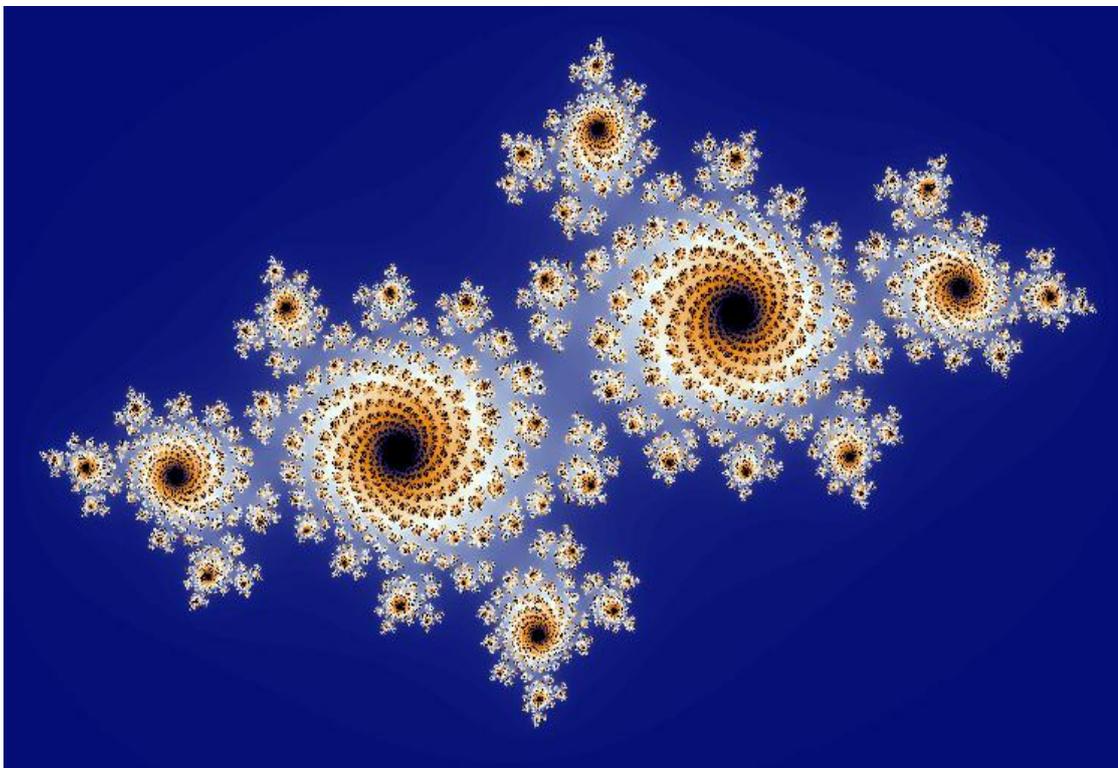


Рис.2.2. Множества Жюлиа [<https://cgraph.ru/node/335>].

Ниже приведены две цифровые фрактальные структуры, построенные по другим алгоритмам.



Рис. 2.3. Фибоначчу [<https://in.pinterest.com/pin/9851692929353366/>].

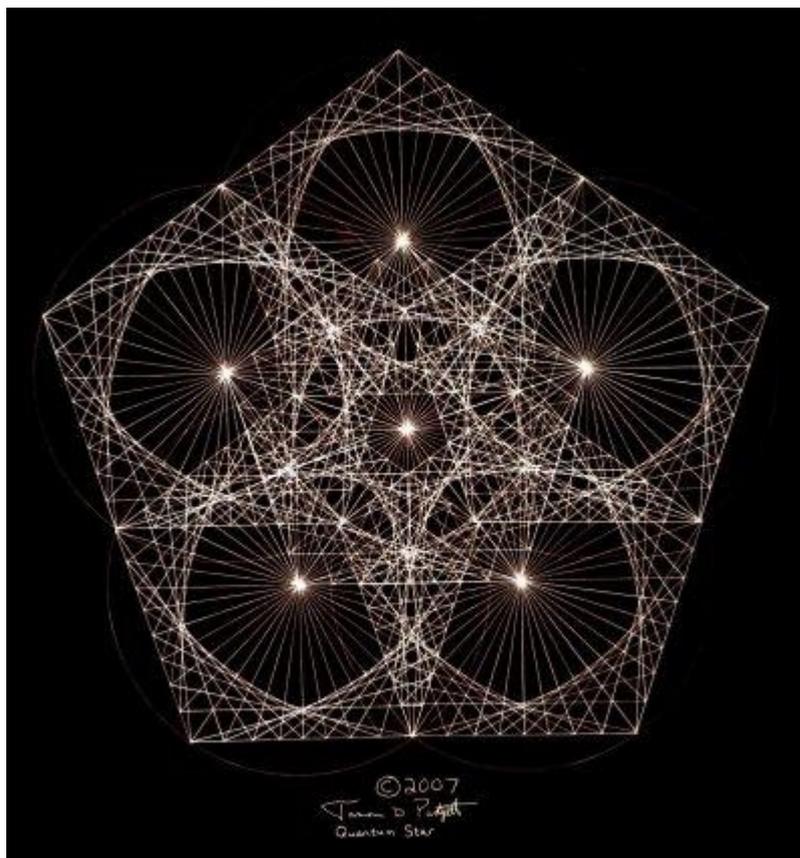


Рис. 2.4. Джейсон Паджет. Фракталы [<https://oir.mobi/629937-geometricheskie-fraktaly.html>].

Глава 3. Нецифровая фрактальная живопись

В данной главе мы более подробно остановимся на нецифровой фрактальной живописи [Николаева, 2013]. К ней относят варианты “традиционного” изобразительного искусства, которые выполнены в классической технике масляной живописи, графики, акварели и т.п., но содержат структурные элементы, воспринимаемые в качестве фрактальных образов. Глубокое проникновение художников в сущностные имманентные свойства природных объектов и процессов позволило им воспроизвести фрактальные формы реальности задолго до того, как сформировалась научная концепция мироустройства, основанная на фрактальных представлениях. Ниже приведены примеры нецифровой фрактальной живописи.



Рис. 3.1. Леонардо да Винчи. Всемирный потоп, 1515 г.



Рис. 3.2. Капусики Хокусай. Большая волна в Канагаве, 1833 г.

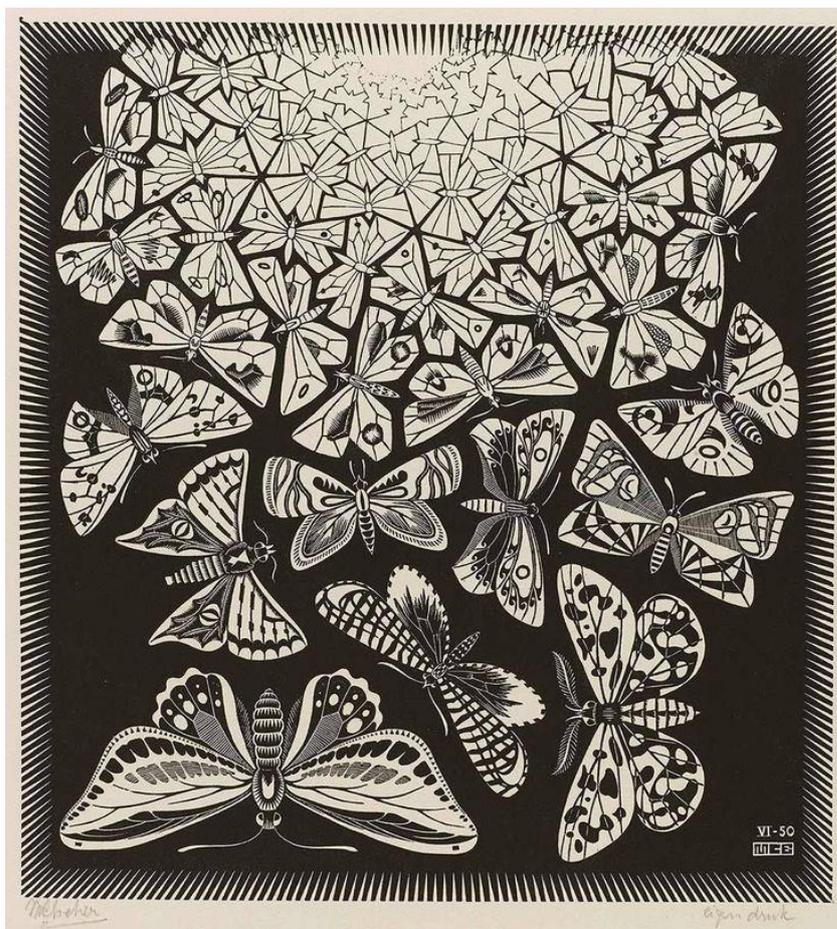


Рис. 3.3. Мориц Эшер Компьютерные технологии. 1950 г.

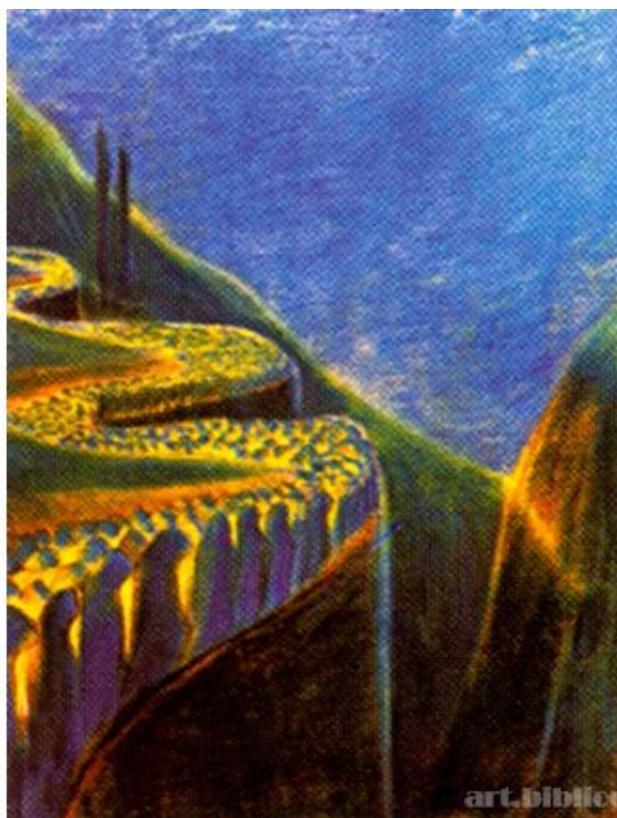


Рис. 3.4. М. Чурленис Симфония похоронной процессии, 1903 г.



Рис. 3.5. П. Филонов Формула Вселенной, 1928 г.

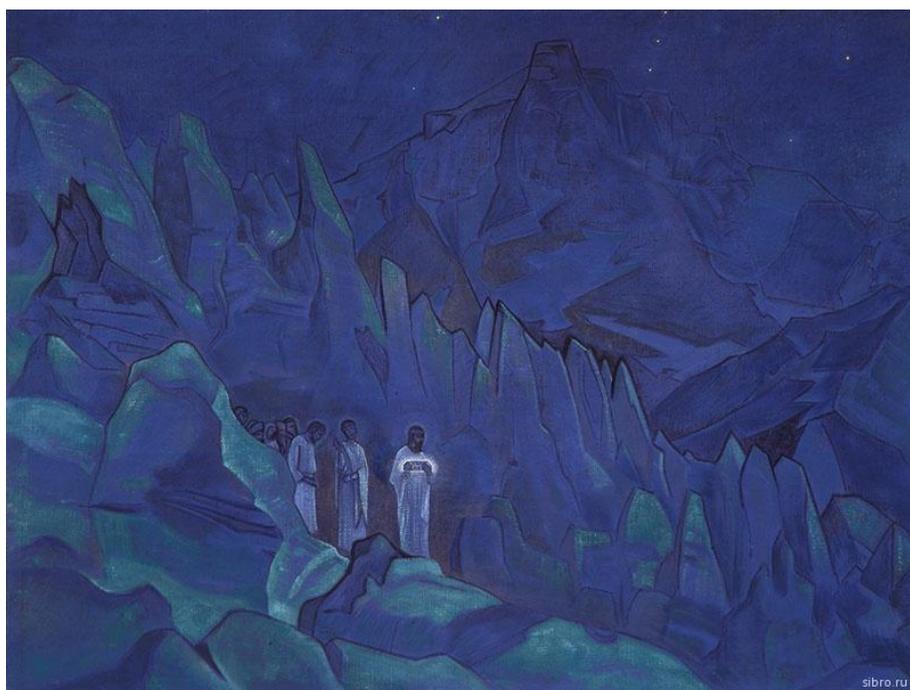


Рис. 3.6. Николай Рерих Сожжение тьмы, 1924 г.

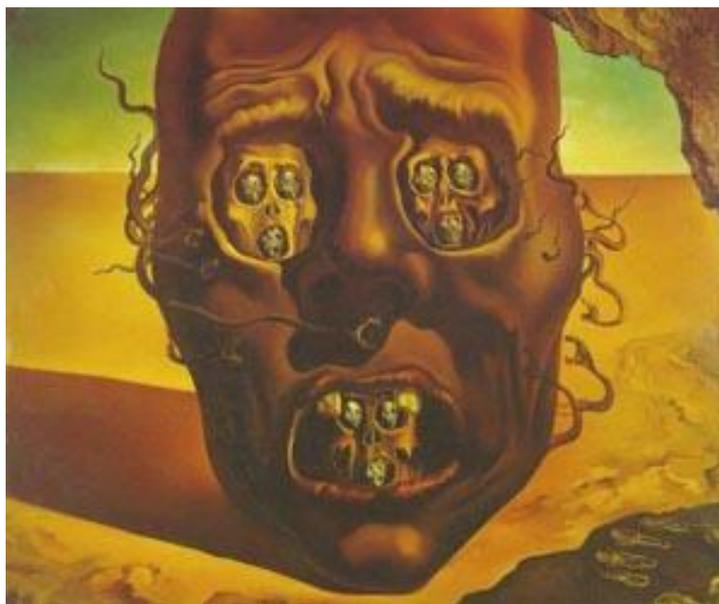


Рис.3.7. Сальвадор Дали. Лицо войны, 1941 г.



Рис.3.8. Джэксон Поллок Конвергенция, 1953 г.



Рис.3.9. Леа-Тутти Ливишич (Эстония) Коллеги, 2021 г.

Глава 4. Особенности восприятия фрактальных объектов

С самого начала становления фрактальных представлений утвердилось мнение, что фрактальные объекты обладают определенной эстетической ценностью. Красоту фрактальных форм, предположительно основанную на сходстве с естественными, природными объектами, отмечал еще Б.Мандельброт в своей основополагающей работе [Mandelbrot, 1982], а Пайтген и Рихтер даже назвали свою книгу «Красота фракталов» [Peitgen, 1986]. В психологии изучение визуальных эстетических предпочтений методами фрактального анализа началось после пионерских работ Дж.Спротта [Sprott, 1993]. Одновременно и независимо в середине 1990-х гг. сходное направление исследований развивал Р.Тэйлор, что отмечают авторы в совместной работе [Taylor, Sprott, 2008]. На выборке из 120 студентов Р.Тэйлор (1998) обнаружил, что 90% испытуемых предпочитают фрактальные паттерны нефрактальным [Taylor, 2006].

Дж.Спротт связал фрактальные представления с положениями нелинейной динамики и теории динамического хаоса, использующими понятие странного аттрактора [Sprott, 1993]. Он исходил из того, что привлекательность природных фрактальных объектов природы определяется балансом простоты и сложности, упорядоченности и хаотичности (непредсказуемости). Под его руководством изучались предпочтения испытуемых на материале сгенерированных компьютером фрактальных аттракторов. Семь человек по пятибалльной шкале оценивали эстетическую привлекательность изображений 7500 странных аттракторов.

Было установлено, все испытуемые предпочитали изображения с фрактальной размерностью в интервале от 1,1 до 1,5, которая характеризует, в частности, облака и

морские пейзажи. По мнению Спротта, используя этот факт, можно запрограммировать компьютер на отбор изображений, которые могут быть приятны людям, и даже на воспроизводство таких изображений. Полученные данные связаны с тем, что многие природные объекты обладают фрактальной размерностью именно в этом диапазоне», и человек постоянно находится с ними в визуальном контакте [Sprott, 1993]. В настоящее время идеи Спротта могут быть успешно реализованы с помощью систем искусственного интеллекта.

Во всех описанных исследованиях воспроизводились данные о том, что наибольшей эстетической привлекательностью для людей обладают объекты с фрактальной размерностью в диапазоне 1,1–1,5.

Таким образом, по результатам исследования восприятия двумерных самоподобных изображений можно обоснованно считать особо выделенным диапазон фрактальной размерности 1,3–1,5. Стимулы такой фрактальной размерности оцениваются большинством людей как наиболее привлекательные. Почему такие стимулы притягательны для человека? Многие авторы, начиная с Б.Мандельброта, отмечают естественный, природоподобный вид фрактальных изображений размерностью 1,3–1,5.

Подобными характеристиками обладают приятные и привычные человеку природные паттерны, такие как облака, лесные массивы, морские пейзажи. Фракталы являются базовой структурой окружающего мира и «составляют основу каждодневного потока визуальных впечатлений в течение всей нашей жизни» [Taylor, Sprott, 2008].

Накопленные за последнее время данные свидетельствуют о фрактальности структур и функций мозга и нервной системы в целом. Траектории глаз при визуальном поиске также фрактальны и характеризуются размерностью в диапазоне 1,4–1,5 (подробнее см. [Taylor, 2011]). По предположению Р.Тейлора, универсальная эстетическая привлекательность фракталов может быть объяснена «резонансом», возникающим в перцептивной системе при восприятии фрактального объекта [Taylor, 2006]. Глаз человека эстетически «настроен» на восприятие окружающих нас повсеместно в природе фракталов.

Р.Тэйлор в 1999 г. впервые исследовал живопись Дж.Поллока фрактальными методами (и придумал термин «фрактальный экспрессионизм»), что, отмечает сам автор [Taylor, 2006], вызвало всплеск интереса к изучению эстетических предпочтений. Было установлено, что фрактальная размерность картин Дж.Поллока (одна из них показана в материале главы 3) изменялась со временем: от 1,12 в 1945 году до 1,7 в 1952 году (см. обзор [Taylor, 2011]). Здесь мы обнаруживаем новый инструмент для анализа эволюции творческого индивидуального стиля, который уже применялся, к примеру, при анализе

китайской пейзажной живописи. И, заметим, также инструмент проверки подлинности живописных полотен по измеряемой фрактальной размерности (полагаю, невозможно подделать это свойство картины).

При включении в исследование новых объектов эмпирически подтвердилась высокая универсальность фрактального эстетического опыта. Это позволило обосновать применимость фракталов не только в медицинской терапии, но и в терапии искусством [Joye, 2006]. Учитывая, что естественные (природные) и искусственные фракталы вызывают при восприятии позитивный эмоциональный отклик, можно варьировать параметры среды, достигая редукции стресса, реакций страха, гнева, напряжения [Salingaros, 2012]. Использоваться могут и визуальные, и звуковые фракталы. Особенно полезно это может быть в случае, когда люди лишены (например, в больнице) возможности взаимодействовать с природными фракталами [Taylor, 2006].

По мнению Р.Тэйлора, распространение фрактальных принципов на архитектуру и психотерапию требует расширения психофизиологических исследований, измерения кожно-гальванических реакций, частоты сердечных сокращений, нейронной активности и т.п.; в 2006 г. такие исследования

были единичны. В частности, Р.Тэйлор указывает, что по экспериментальным данным, 10-секундного интервала достаточно, чтобы вызвать приятный эмоциональный отклик – а это значит, что фрактальные элементы среды даже при беглом просмотре («идя мимо по коридору») могут улучшать психологический статус [Taylor, 2006]. Спустя 10 лет после начала исследований живописи Р.Тэйлор и коллеги впервые представили результаты многолетнего изучения психофизиологических и нейрофизиологических коррелятов (изучались визуальные предпочтения, траектории движения глаз, электрическая проводимость кожи и электроэнцефалограмма) восприятия сложных фрактальных паттернов [Taylor et al., 2011].

Р.Тэйлор высказал идею, что человеческий глаз «настроен на фракталы». Эта гипотеза тестировалась в специально проведенном исследовании [Spehar, 2015]. Авторы установили, что эстетические предпочтения респондентами определенных образов могут быть обусловлены визуальной чувствительностью к восприятию таких форм.

Следует упомянуть интересное исследование [Cutting, 2010] кинофильмов, то есть своего рода динамических потоков двумерных изображений. При анализе 150 популярных, кассово успешных голливудских фильмов разных жанров, снятых в период с 1935 по 2005 гг., было показано, что с 1980-х гг. в характеристиках

монтажной склейки начинают проявляться случайные световые всплески, обладающие фрактальными свойствами.

Эстетическое восприятие фрактальных изображений , если оно осуществляется при музыкальном сопровождении, музыкальная канва которого включает фрактальные элементы. При восприятии музыки, особенно классической, как отмечает И.А.Евин [Евин, 2004], ссылаясь на работы [Birbaumer, 1996; Patel, 2000], синхронизируется активность нейронных ансамблей мозга. Эти и другие подобные данные позволили автору обосновать гипотезу о том, что «музыка есть способ управления хаотической динамикой мозга, и каждую музыкальную партитуру можно рассматривать как своеобразную программу управления хаотической динамикой электрической активности нейронных ансамблей» [Евин, 2004].

Глава 5. Феномен Золотого сечения

В ряде случаев наличие самоподобных признаков в объекте исследования тесно сочетается с так называемыми «Золотыми пропорциями», отражающими принцип «Золотого сечения». Золотое сечение пришло к нам из истории древнего мира. Под Золотым сечением подразумевалось такое деление отрезка на две части, когда большая часть относится к меньшей, как весь отрезок относится к большей части. Это отношение называется коэффициентом Золотого сечения и равно $\Phi = 1.618$. Пропорция Золотого сечения проявляется в структуре многих объектов живой и неживой природы и на протяжении многих веков использовалась в произведениях искусства в качестве канона красоты.

Бурное развитие науки в наши дни, открытие разнообразных объектов, в структуре которых проявляется Золотое сечение, вызвали новую волну интереса к его природе. Золотому сечению посвящены как отдельные монографии, так и многочисленные статьи в периодических изданиях и интернете. При этом ряд авторов для объяснения многообразия проявлений Золотого сечения и присутствующей в нем эстетической составляющей склонны использовать концепции, выходящие за рамки ортодоксальной науки. Однако, как показывает последовательный анализ лежащих в основе этого феномена физических явлений, в этом нет необходимости [Короленко, 2006]. Современные положения физической оптики, включая фрактальные представления дают возможность дать чисто научную интерпретацию многим проявлениям Золотого сечения,

При освещении структурных характеристик, обусловленных взаимосвязью фрактальных элементов и Золотых пропорций, нашла отражение группа вопросов мировоззренческого характера, которые позволяют приблизиться к более глубокому пониманию таких важных категорий как красота и гармония. Последние играют важную

роль в развитии у человека когнитивных способностей, включая научное творчество. Об этом говорили многие ученые. Выдающийся физик В. Гейзенберг отмечал: «Проблеск прекрасного в точном естествознании позволяет распознать великую взаимосвязь еще до ее детального понимания, до того, как она может быть рационально доказана». Такого же мнения придерживался и математик Ж. Адамар: «Среди многочисленных комбинаций, образованных нашим подсознанием, большинство безынтересно и бесполезно, но потому они и не способны подействовать на наше эстетическое чувство; они никогда не будут нами осознаны; только некоторые являются гармоничными и потому одновременно красивыми и полезными; они способны возбудить нашу специальную геометрическую интуицию, которая привлечет к ним наше внимание и, таким образом, даст им возможность стать осознанными». Есть основание считать, что Золотое сечение может стать эффективным средством совершенствования эвристических способностей человека, положительным образом влияющих на его психологический статус.

Принцип Золотого сечения нашел отражение в структуре разнообразных геометрических фигур, которые еще в древности стали предметом пристального изучения. К таким Золотым фигурам прежде всего следует отнести пентаграмму – пятиконечную звезду, вписанную в окружность (см. *рис. 5.1,а*), а также пентагон – правильный пятиугольник, получающийся путем соединения концов пентаграммы прямыми отрезками (*рис. 5.1,б*).

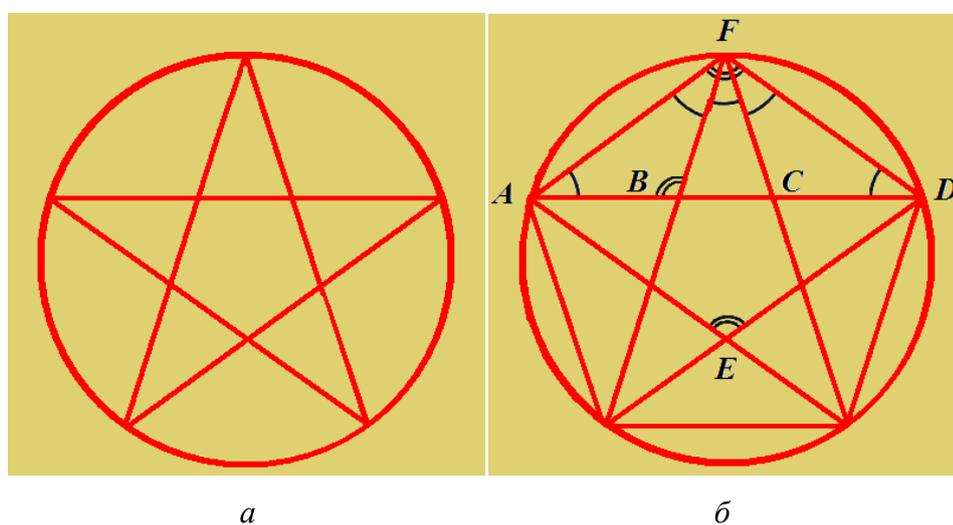


Рис. 5.1. а – пентаграмма; б - связь геометрии пентаграммы и пентагона с Золотыми пропорциями.

Содержащиеся в пентаграмме Золотые пропорции могут быть выражены при помощи приведенных на *рис. 5.1.б* обозначений.

Так:

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|} = \Phi. \quad (5.1)$$

Пентагоны и пентаграммы, как и другие структуры, обладающие осью симметрии пятого порядка, принято выделять в особый класс геометрических объектов. Долгое время считалось, что пентагональная симметрия встречается только в живой природе и является отличительной чертой саморегулирующихся систем. Однако в 1984 году были открыты так называемые квазикристаллы с симметрией пятого порядка, являющиеся «пограничными» объектами на стыке «живого» и «неживого». Это заставило пересмотреть целый ряд важных концептуальных вопросов.

Пентагоны и пентаграммы используются в качестве образующих фигур при построении так называемых звездных фракталов. То, как они строятся, непосредственно видно из *рис. 5.2* и не требует дополнительных пояснений.

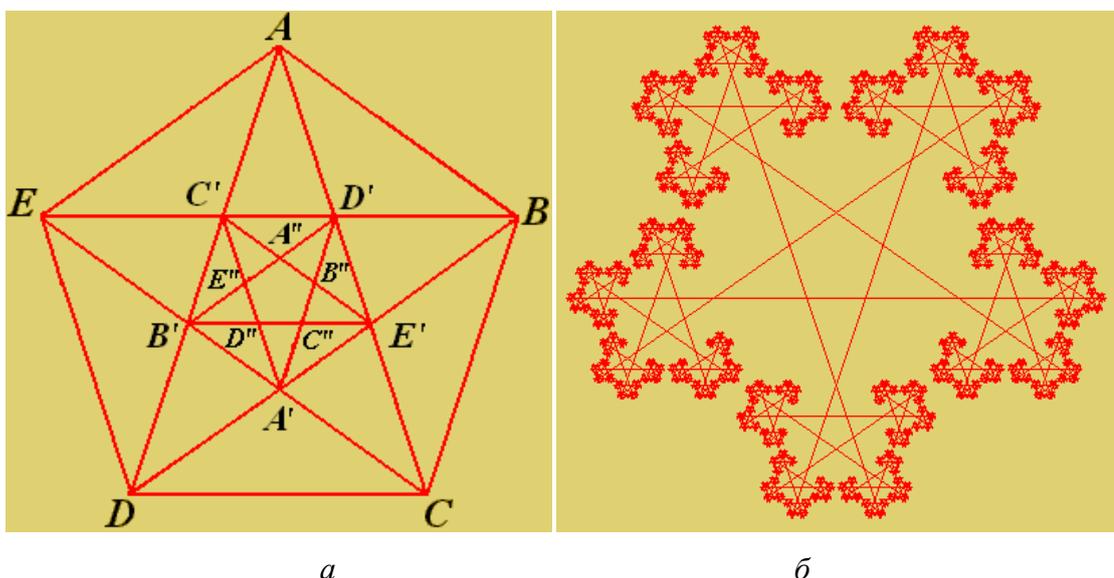


Рис. 5.2. Звездные фракталы с внутренними (а) и внешними (б) составляющими элементами.

Все исследователи, занимающиеся изучением фракталов, едины во мнении, что фракталы с золотыми пропорциями очень красивы. Их эстетическая притягательность столь велика и неоспорима, что на повестку дня современных исследований по эстетике поставлен вопрос о фрактальном характере красоты.

Феномен Золотого сечения нашел отражение и в разнообразных памятниках культуры. Среди них видное место занимают памятники архитектуры. В качестве примеров ниже приведены два шедевра русской архитектуры: храм Василия Блаженного (*рис. 5.3*) и церковь Покрова в Филях (*рис. 5.4*). Из рисунков хорошо видно, что особое

изящество архитектурным памятникам придает сочетание Золотых пропорций с элементами фрактальности.

Интересные примеры фрактальности двумерных планов архитектурных проектов приведены в работе [Joye, 2007]. Эстетическая привлекательность фрактальных архитектурных форм, считает Y. Joye, основана на эволюционно выработанных свойствах мозга, который «отдает предпочтение» фрактальным структурам. Поскольку восприятие фракталов приводит к релаксации и редукции стресса, Y. Joye дает легко реализуемый практический совет: когда вы почувствуете себя усталыми после тяжелого рабочего дня, стимулируйте ваш мозг, рассматривая фракталы, будь то порождения природы или произведения архитектуры [Joye, 2007].

Золотое сечение стало критерием красоты, на которое ориентировались такие выдающиеся греческие скульпторы, как Фидий, Поликлет, Прокситель, Агесандр. Именно этим критерием руководствовался Агесандр (III-IV вв. до н.э.), создавая ставшую шедевром скульптуру Афродиты Милосской (рис. 5.5). Отметим, что в приведенных памятниках архитектуры и в скульптуре Афродиты Милосской Золотое сечение реализуется по многочастной (фрактальной) схеме. И это не исключения, а скорее правило. Количество примеров, его подтверждающее, можно расширить.

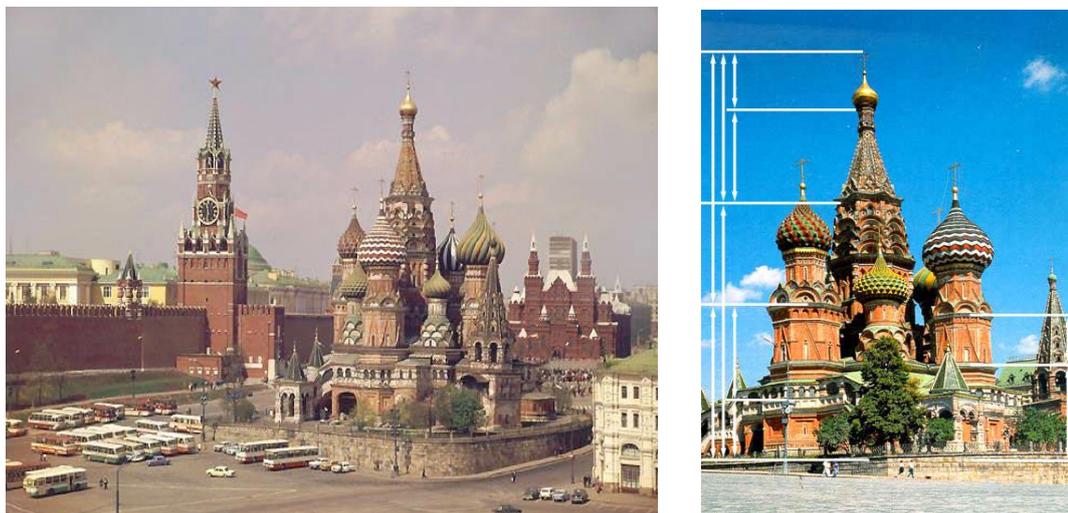


Рис. 5.3. Храм Василия Блаженного.

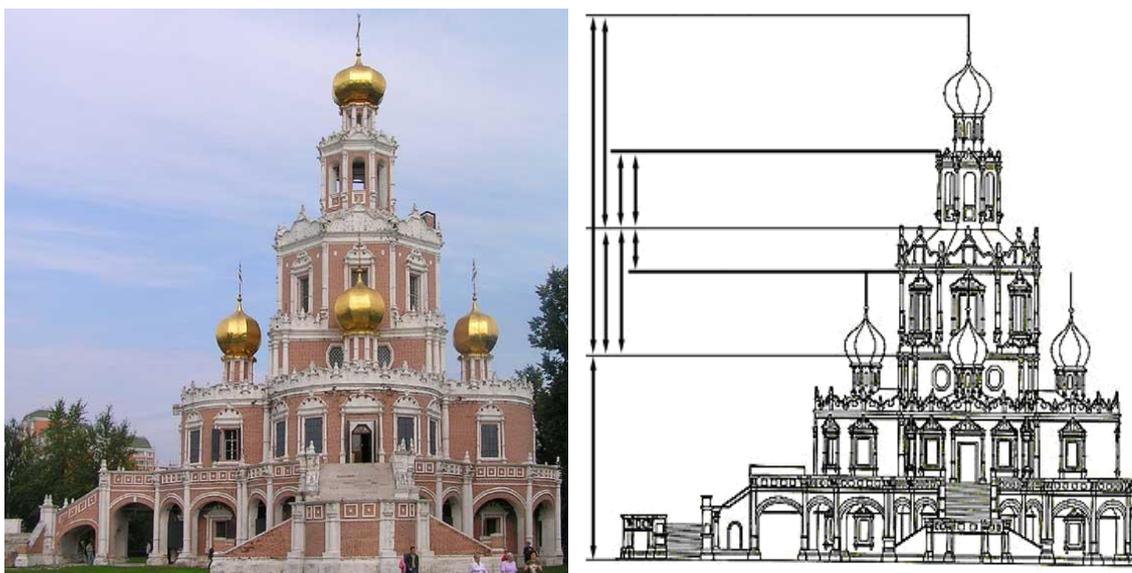


Рис.5.4. Церковь Покрова в Филях.

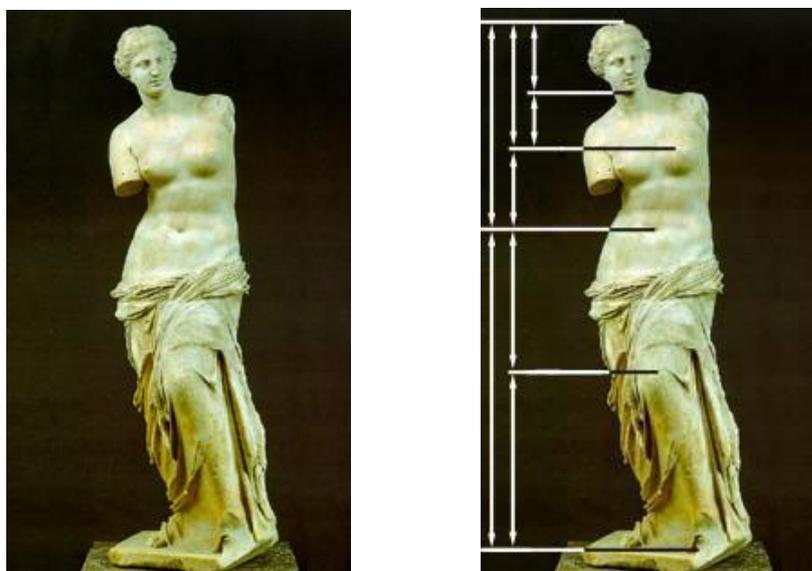


Рис. 5.5. Агесандр «Афродита Милосская».

Длины направленных навстречу друг к другу стрелок на рисунках относятся как коэффициент Золотого сечения Φ .

Не оказались в стороне от влияния феномена Золотого сечения и такие виды искусства как художественная литература, музыка, поэзия и кинематограф. Любые музыкальные или литературные произведения, а также кинофильмы делятся некоторыми вехами («эстетическими вехами») на отдельные части, которые обращают на себя внимание и облегчают восприятие целого. Этими вехами обычно являются кульминационные моменты произведения. Существуют ли какие-либо закономерности возникновения эстетических вех?

Попытка ответить на этот вопрос применительно к музыкальным произведениям была предпринята русским композитором Л. Сабанеевым. В большой статье «Этюды

Шопена в освещении золотого сечения» (1925 г.) он показывает, что отдельные временные интервалы музыкального произведения, соединяемые «кульминационным событием», как правило, находятся в соотношении Золотого сечения. Это хорошо видно из рис. 5.6.



Рис. 5.6. Структура Хроматической фантазии ре минор И.С. Баха. Справа дано описание соответствующих структурно-семантических особенностей нотного текста. $\phi = 1/\Phi$.

Глава 6. Физические аспекты красоты фракталов

В предыдущих главах неоднократно приводились суждения многих исследователей, согласно которым их имманентным свойством фрактальных структур и их изображений является красота. Для объяснения этого феномена часто привлекаются соображения философского характера, часто базирующихся на общих логических представлениях. Так, например, считается, что красота фракталов сочетает в себе красоту симметричных объектов типа кристаллов с красотой "живых" природных объектов, привлекательных именно своей неправильностью (недаром создатели удивительных по красоте и симметрии резных ворот одного из храмов в Киото умышленно нарушили идеальную симметрию своего творения, по мнению одних – чтобы придать ему большую выразительность, по мнению других – чтобы избежать зависти богов).

Большинство представлений о красоте основано на гармонии, соразмерности частей и целого. Соразмерность же означает наличие определенных пропорций. Среди

различных пропорций, как показал человеческий опыт, наиболее значимой является Золотая пропорция. Гармония не сводится только к равновесию или упорядочиванию формальных элементов в структуре объекта, но всегда предполагает объединение и взаимопереход полярных категорий.

Приведенные выше, а также многие другие способы интерпретации феномена красоты практически не используют подходы, основанные на базовых положениях современных естественно-научных дисциплин. В данной главе один из таких подходов концептуально оформлен на основе анализа специфических свойств фрактальных образований, играющих важную роль при их зрительном восприятии. Анализ базируется на результатах работ, выполненных на физическом факультете МГУ.

Для выявления наиболее важных характеристик фрактальных объектов были разработаны способы их моделирования, обеспечивающие одновременно возможность варьирования наиболее значимых параметров в широком диапазоне. Особое внимание уделялось расчету пространственных спектров таких объектов и оценке их скейлинга (масштабной инвариантности). Пространственные спектры являются одним из основных атрибутов аппарата фурье-оптики. Любое поле светового пучка в рамках фурье-оптики рассматривается в виде суперпозиции плоских волн. Складывая эти волны с учетом набегов фаз в определенной плоскости, можно получить в этой плоскости распределение амплитуды или интенсивности в сформировавшейся световой структуре. Каждая плоская парциальная волна, входящая в суперпозицию, характеризуется углом наклона α к оси оптической системы и длиной волны λ , т.е. обладает пространственной частотой q равной $q = \alpha / \lambda$. Совокупность пространственных частот образует пространственный спектр излучения. Структура этого спектра играет важную роль в восприятии изображений световых структур. Дело в том, что наш зрительный аппарат передает по нервным волокнам информацию в мозговые центры с помощью сигналов, структура которых определяется пространственным спектром излучения [Шелепин, 2018]. И именно пространственный спектр определяет эффективность обработки оптических сигналов нейронами коры головного мозга.

Для моделирования фрактальных световых структур часто используются алгоритмы, использующие свойства фрактальной двумерной функции Веерштрасса, представляющую собой суперпозицию пространственных синусоидальных гармоник [Potapov, 2009, Аверченко, 2017; Короленко, 2018]:

$$W_{x,y} = \sigma \sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[\left[b^{(D-2)n} \cos \left[2\pi \cdot s \cdot b^n \left[\left(y - \frac{K}{2} \right) \sin(\alpha \cdot v) + \left(x - \frac{K}{2} \right) \cos(\alpha \cdot v) \right] + \psi_n + \psi_v \right] \right] \right]. \quad (6.1)$$

Здесь W – комплексная амплитуда световых колебаний, σ – нормировочный множитель, N – количество гармоник, V – количество азимутальных составляющих, n – номер гармоники, ν – индекс азимутальной составляющей волны, α – элементарный азимутальный угол поворота образующей функции, b – параметр скейлинга, s – масштабирующий параметр, ψ_n, ψ_ν – фазы компонент поля, D – фрактальная размерность образующей функции Вейерштрасса. Дискретные поперечные координаты x, y меняются в диапазоне $0 \leq x, y \leq K-1$.

На *рис. 6.1a* представлен пример 2D-графика такой функции, характеризующей распределение квадрата амплитуды W (интенсивности) фрактальной световой волны по поперечным координатам x, y при нулевых значениях фаз ψ_n, ψ_ν . Фурье-спектр приведенного распределения приведен на *рис. 6.1b*. Структура спектра двумерной функции Вейерштрасса, как видно из его графического представления, состоит из системы спектральных максимумов, формирующих кольцевые распределения на разных расстояниях от нулевой частоты. Эти кольцевые распределения максимумов помечены цифрами 1-4. Количество максимумов в каждом кольце одинаково. Отношение радиусов колец $\frac{r_i}{r_{i-1}}$, определяющее величину коэффициента скейлинга, оказывается равным постоянной величине равной $\xi=1.9$. Это указывает на самоподобный характер спектра Фурье.

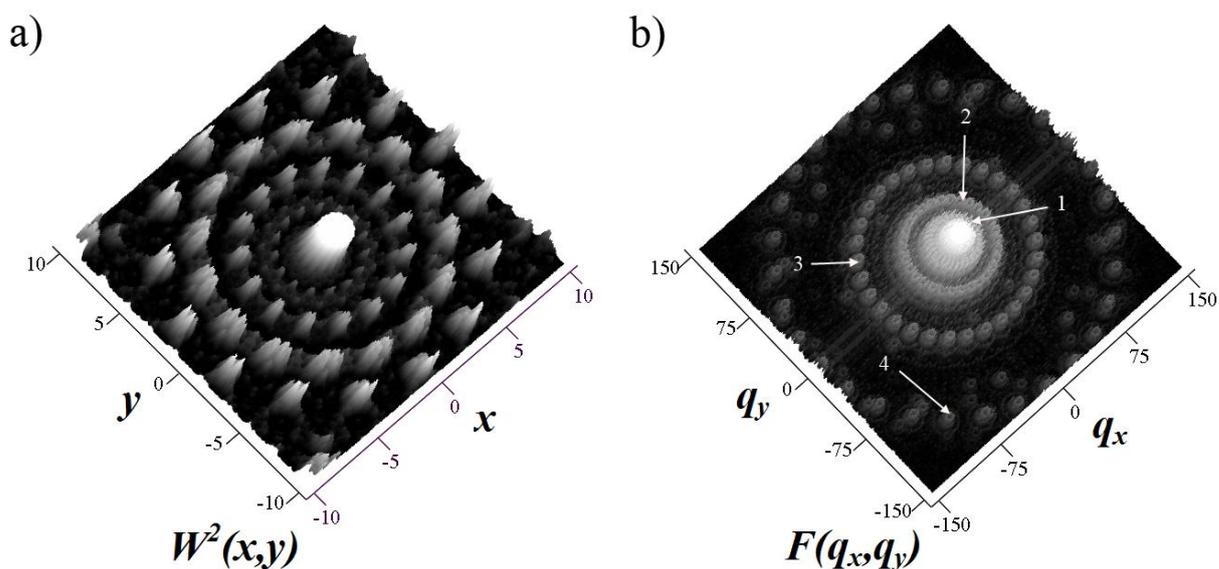


Рис. 6.1. График функции $W^2(x, y)$ (a) и её фурье-спектр F_{q_x, q_y} (b); координаты x, y и пространственные частоты q_x, q_y представлены в условных единицах.

Существенным образом изменялось структура изображения, когда значения фаз гармоник функции Вейерштрасса принимали случайные значения. В этом случае вид

изображения приобрел спеклоподобный характер (рис.6.2а). Однако, несмотря на значительные изменения распределения интенсивности, форма спектра кардинальным образом не менялась.

Согласно одному из критериев красоты, который используется при обсуждении эстетических категорий, красивыми считаются объекты, близкие по своей структуре и очертаниям к природным образованиям (рельеф местности, морское побережье, облака, деревья, кусты и т.д.). Рассмотренные вышефрактальные структуры имеют достаточно сложную абстрактную форму. Существует возможность построить другие фрактальные объекты, которые будут иметь природоподобный вид. Примером такого объекта может служить изображение листа папоротника. Его несложно построить, используя известный алгоритм. На рис. 6.3 показаны два варианта изображения листа, несколько отличающиеся по форме. Фрактальность листа обусловлена схожестью очертаний множества его боковых фрагментов с формой листа как целого. Структурированность формы показанных листьев можно характеризовать отношением длин боковых отростков на листе папоротника. Это отношение, определяющее коэффициент скейлинга, оказалось равным $\zeta \approx 1:18 \pm 0:01$. С использованием БПФ были рассчитаны фурьеобразы изображений листьев папоротника. Анализ их структуры показал, что она также характеризуется наличием скейлинга. Его присутствие

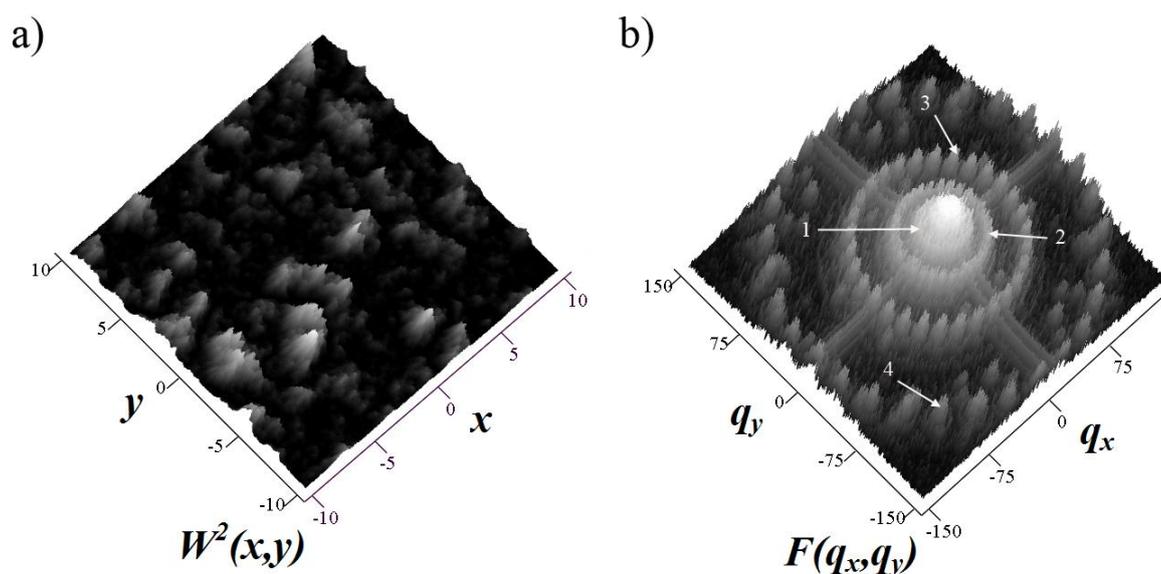


Рис. 6.2. График функции $W^2(x, y)$ (a) и её фурье-спектр F_{q_x, q_y} (b); координаты x, y и пространственные частоты q_x, q_y представлены в условных единицах.

иллюстрирует *рис. 6.3 в*, на котором показана структурированность отдельных фрагментов фурье-образа изображения на *рис. 6.3 а*. Один из них для удобства восприятия обведен непрерывной линией. Сопоставление длин участков этого фрагмента, помеченных

пунктиром и цифрами 1–7, показывает, что отношение длин отрезков 1–2, 2–3, 3–4, 4–5, 5–6, 6–7, как и в случае изображения листа папоротника, оказывается близким к тому же самому коэффициенту скейлинга ($\zeta \approx 1:2 \pm 0:02$). Примечательно, что коэффициент скейлинга в фурье-образах был одинаков для двух вариантов листьев папоротника, показанных на *рис. 6.3 а, б*. Это подтверждает устойчивость скейлинговых характеристик в пространственных спектрах по отношению к структурным возмущениям объекта.

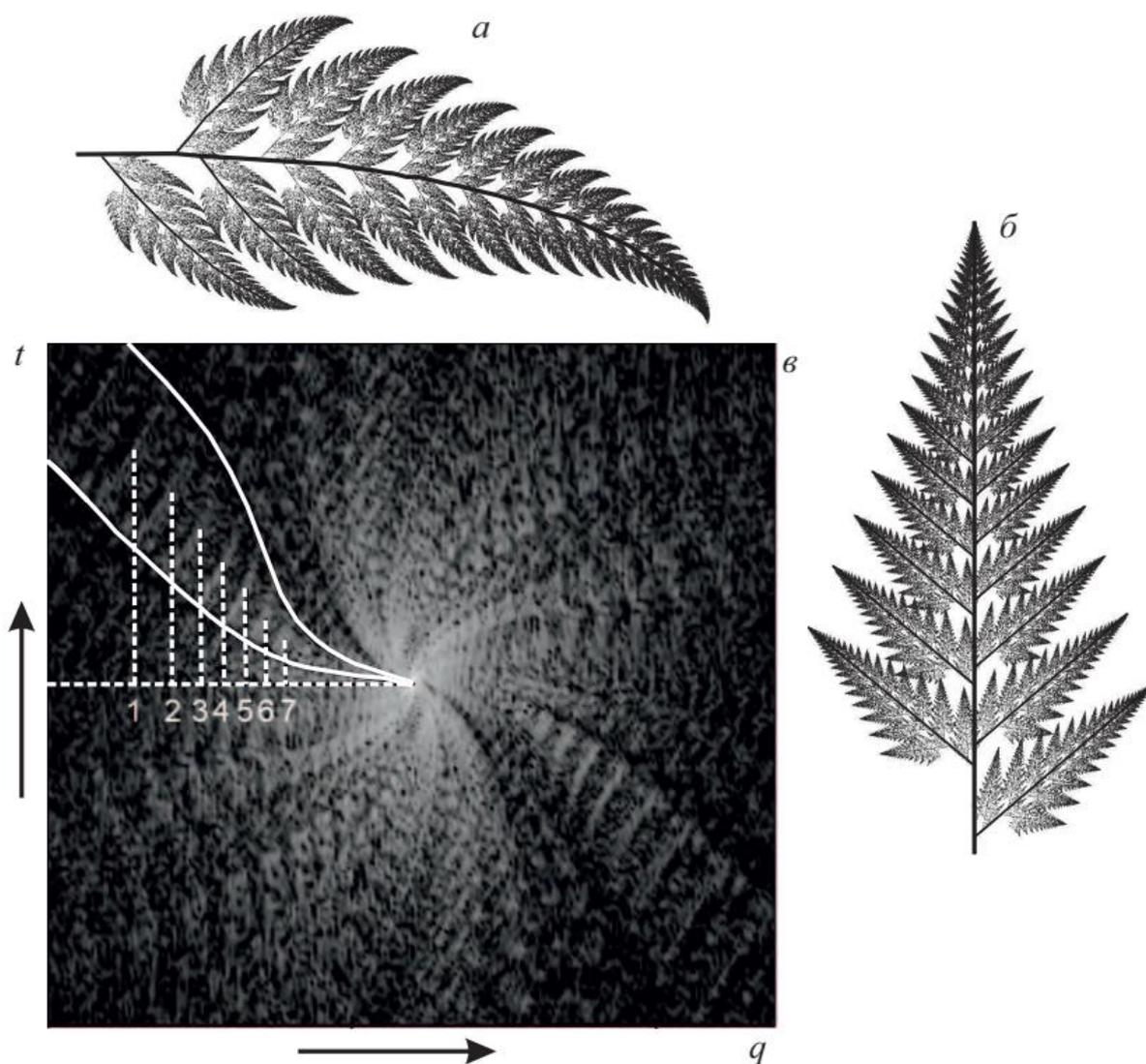


Рис. 6.3. Изображения листьев папоротника (а, б) и их фурье-образ (в). Белой линией выделен один из самоподобных элементов. Отношение длин отрезков 1–7 определяет коэффициент скейлинга.

Выполненные модельные эксперименты указывают на взаимосвязь фрактальных свойств изображения объекта и его фурье-спектра. С учетом концепции частотной селекции сигналов в коре головного мозга и особенностей пространственных спектров фрактальных структур указанная связь может рассматриваться в качестве причины эстетического и терапевтического воздействия фракталов на состояние человека. Именно самоподобие структуры их пространственных спектров обеспечивает высокую эффективность частотной фильтрации фрактальных изображений при их обработке в коре головного мозга. Предполагается, что зрительная система человека содержит нейронные комплексы, которые наделены свойствами двумерных пространственнo-частотных фильтров Фурье или Габора. Причем существует множество относительно «узких» фильтров, настроенных на восприятие разных пространственных частот. Если в разных спектральных интервалах форма распределения пространственных частот совпадает, то обработка сигнала происходит быстро и с малыми затратами энергии. Благодаря этому у человека формируется чувство комфорта, вызывающее возбуждение в коре головного мозга «центров удовольствия». Описанная ситуация формирует при созерцании природных объектов и произведений искусства с фрактальными свойствами чувство прекрасного и ощущение эмоционального подъема. Улучшаются, в частности, креативные способности индивидуума. Частотный анализ упрощает узнавание знакомых объектов с увеличенными или уменьшенными размерами. При этом в системе памяти фиксируется в основном гармонический состав. Это делает опознание образа более экономным, не зависящим от реального размера объекта. Опираясь на концепцию частотной селекции и учитывая особенности пространственных спектров фрактальных структур, можно найти причину их эстетического и терапевтического воздействия на состояние человека.

Существуют литературные свидетельства, указывающие на то, что определенные эстетические признаки свойственны некоторым графическим иллюстрациям процессов, развивающихся на основе детерминированного хаоса. Специальная итерационная процедура позволяет строить аттракторы с разной конфигурацией. В некоторых случаях фазовые траектории аттракторов формируют систему структурных фрагментов, придающих аттрактору спеклоподобный вид.

Один из вариантов аттрактора и соответствующий ему пространственный спектр показаны на рис. 6.4. Несмотря на то, что отдельные фрагменты в картине аттрактора, характеризующиеся повышенной интенсивностью, по своей форме и положению значительно отличаются от классических спеклов, спектр полученной структуры имеет некоторые общие черты со спектром фрактальных спеклов. Расположение спектральных максимумов имеет

осесимметричный характер, и окружности, характеризующие его, обладают радиусами, отношение которых близко к постоянной величине, равной 3.2 (параметр скейлинга). Это указывает на скейлинг пространственного спектра аттрактора.

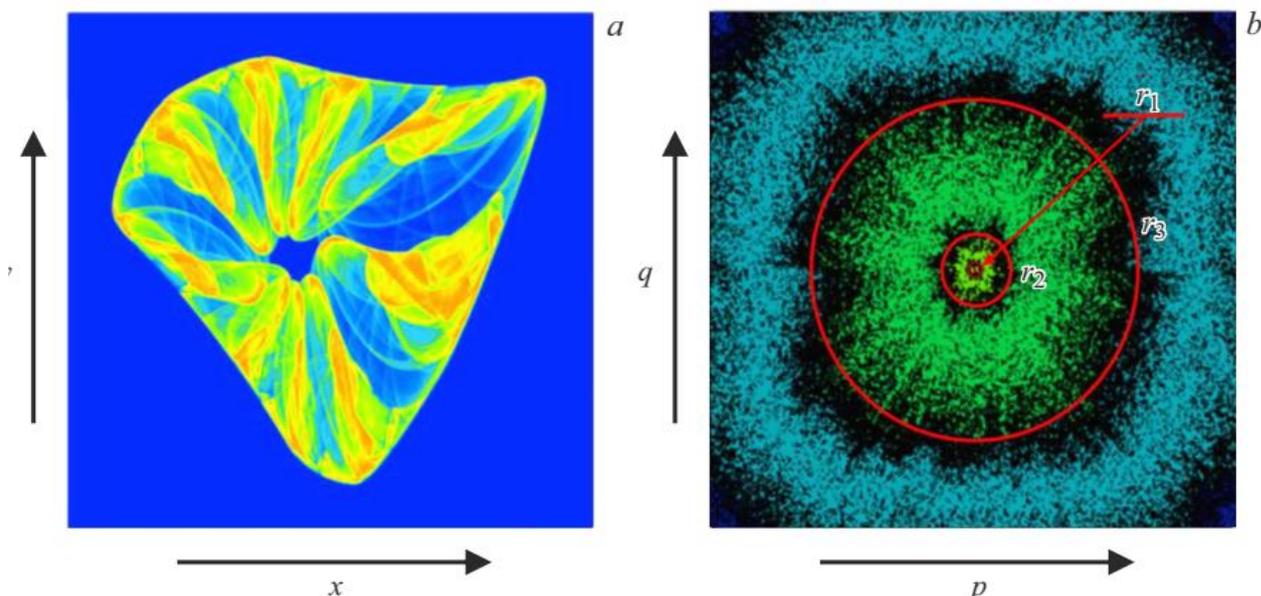


Рис. 6.4. Структура аттрактора (a) и его спектр (b)

Таким образом, можно сделать вывод, что изображения фрагментарно структурированных полиномиальных аттракторов характеризуются скейлингом пространственных спектров. Это объясняет наличие у них эстетических признаков, позволяющих использовать их в светотерапии.

Очень часто при проведении оптической фрактальной диагностики возникает необходимость в передаче фрактальных световых структур от плоскости, в которой находится изначальное распределение поля, в плоскость, где фиксируется распределение интенсивности. Такая передача осуществляется либо непосредственно зрительным аппаратом человека, либо с помощью специальной оптической системы. В любом случае в изображении световой структуры могут возникнуть те или иные искажения, с которыми придется считаться. Особенно нежелательными являются те искажения, которые приводят к трансформации пространственного спектра излучения, играющего ключевую роль в процессах восприятия и обработки оптической информации.

Систему, с помощью которой строится изображение фрактальной световой структуры, представим в виде оптического процессора, преобразующего по определенному закону структуру входного волнового пучка. Этот закон будет определяться переходной функцией системы, определяющей распределение поля по поперечным координатам x , y в выходной плоскости, если во входной плоскости находится точечный источник света. Для планарной системы, не содержащей нелинейных элементов, спектр $F(p, q)$, характеризующий распределение пространственных частот p и

q изображения в направлении поперечных координатных осей x и y , равен произведению спектра $f(p, q)$ светового поля на входе в систему, умноженному на передаточную функцию $H(p, q)$ (фурье-образ переходной функции). Эта связь обычно используется при расчете скейлинговых характеристик начальной световой структуры и ее изображения. Пример такого расчета применительно к оптической системе общего вида содержится в работе.

На *рис. 6.5 а* показано смоделированное с помощью функции Вейерштрасса распределение амплитуды поля A_1 фрактальной структуры. Пространственный спектр этого распределения показан на *рис. 6.5 б*.

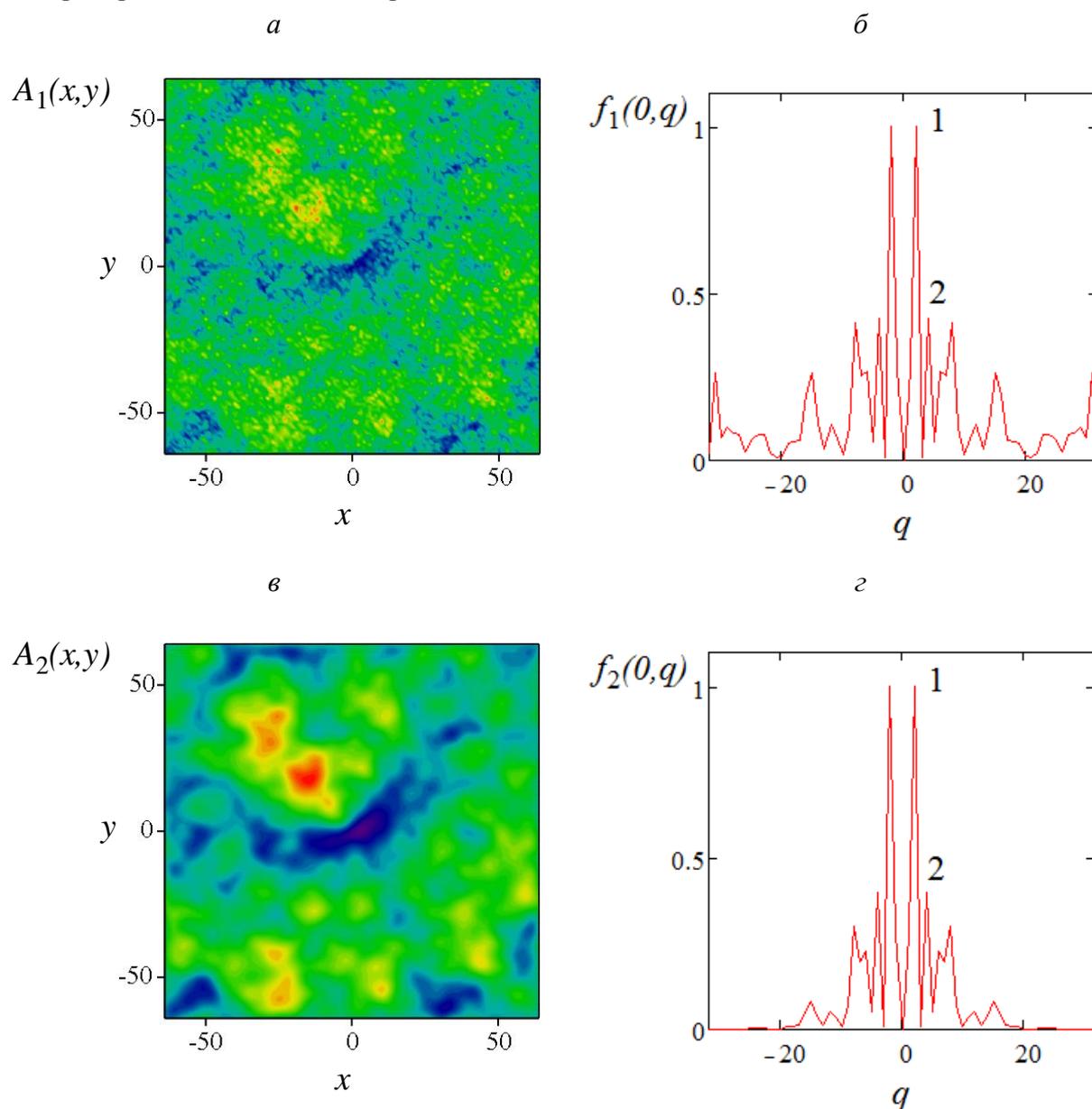


Рис. 6.5. Построение изображения стохастической структуры.

*а, б — соответственно начальная структура и её пространственный спектр;
в, г — изображение и его спектр.*

Спектр представлен в виде зависимости $f_{p,q}$ от частоты p при фиксированной частоте q . Несложно заметить, что распределение спектральных компонент обладает четко

выраженным скейлингом, поскольку сдвиг частотных компонент от центральной частоты последовательно увеличивается в два раза. На *рис. 6.5 в, г* показаны соответственно изображение A_2 начальной структуры и его спектр $F_{p,q}$, получающиеся при гауссовой переходной функции. Пространственный спектр в низкочастотной области, как видно из *рис. 6.5 б, в*, не претерпел сколь-нибудь существенной трансформации. В частности, практически сохранилось соотношение между величинами помеченных на рисунках пиков 1 и 2. Гораздо более значительные изменения происходят в высокочастотной спектральной области, выражающиеся в сильном подавлении частотных компонент; однако, этот эффект не окажет негативного влияния на восприятие фрактальной структуры.

Литература

Аверченко А. В., Зотов А. М., Короленко П. В. Моделирование процессов получения интерферометрической информации о дифракционном преобразовании структуры электромагнитных волн // *Электромагнитные волны и электронные системы*. — 2017. Т. 22, № 8. С. 31–36.

Евин И.А. Искусство и синергетика // М.: Едиториал УРСС, — 2004.

Евин И.А. Искусство и фракталы. // *Вопросы культурологии*. — 2009, № 6, С. 34–37.

Короленко П.В. Когерентная оптика. // Юрайт. — 2020.

Короленко П. В., Аверченко А. В., Конопальцева Н. Ю., Мишин А. Ю. Фурье-оптика фрактальных структур // *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. — 2018. — Т. 82, № 11. — С. 1520–1524.

Короленко П. В., Кубанов Р. Т. Использование в медицине спеклоподобных структур со скейлингом пространственных спектров // *Письма в ЖТФ*. — 2024. Т. 50, № 14. С. 25–28.

Короленко П.В., Грушина Н.В., Золотое сечение и самоподобные структуры в оптике. // М., Стереотип, 2006.

Николаева Е.В. Нецифровая фрактальная живопись: историко-культурологический экскурс. // *Вестник СамГУ*. — 2013. № 8/1 (109). С. 223–228.

Пайтген Х.О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. Мир. 1993

Пьянкова С.Д. Фрактально аналитические исследования в психологии: особенности восприятия самоподобных объектов // *Психологические исследования*. — 2016. Т. 9, № 46, С. 12.

Шелепин Ю.Е. Введение в нейроиконику. СПб: Троицкий мост, 2018.

Angrilli A., et al. Startle reflex and emotion modulation impairment after a right amygdala lesion // *Brain*. — 1996. V. 119, Iss. 6, P. 1991–2004.

Antipov OI et al. Determinirovanny khaos i fraktaly v diskretno-nelineynykh sistemakh [Deterministic chaos and fractals in a discrete nonlinear systems] // Moscow, Radio engineering Publ. — 2009, 235 pp.

Cutting N. Why do children lack the flexibility to innovate tools? Some reflections on the relevance of fractals for art therapy // *Journal of Experimental Child Psychology*. — 2011. V. 109, P. 497–511.

Joye Y. Fractal architecture could be good for you // *Nexus Network Journal*. — 2007, 9(2), 311–320.

Joye Y. Some reflections on the relevance of fractals for art therapy // *The Arts in Psychotherapy*. — 2006, 33(2), 143–147.

Joye Y. An Interdisciplinary Argument for Natural Morphologies in Architectural Design // *Sage journals*. — 2006. V. 33, Iss. 2, P. 239–252.

Joye Y. Architectural lessons from environmental psychology: The case of biophilic architecture // *Review of General Psychology*, — 2007. 11(4), 305–328.

Joye Y. A tentative argument for the inclusion of nature-based forms in architecture // Unpublished doctoral dissertation, Ghent University, Ghent, Belgium, — 2007.

Mandelbrot B. The fractal geometry of nature // New York: Freeman. — 1982. 460 pp.
Рус. пер.: Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы // М.: Институт компьютер. исслед., — 2002.

Potapov A.A. // *Radioelectronics. Nanosystems. Information technology*. 2009. V. 1. No 1-2. P. 64-108.

Potapov AA, et al. Fraktalnye elementy i radiosistemy: fizicheskie aspekty [Fractal elements and radio: Physical Aspects] // Moscow, Radio Engineering Publ. — 2009, 200 pp.

Patel A., Balaban E. Temporal patterns of human cortical activity reflect tone sequence structure // *Nature*. — 2000. V. 404, P.80–84.

Richter P. H. The Beauty of Fractals // Berlin etc.: Springer. — 1986. 199 pp.

Salingaros N. Fractal Art and Architecture Reduce Physiological Stress. // *Journal of Biourbanism*. — 2012. 2(2), 11–28.

Schroeder M. Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes from an Infinite Paradise // New York : W.H. Freeman. — 1992. 429 pp.

Spehar B., et al. Universal aesthetic of fractals // *Computers and Graphics*. — 2003. 27(5), 813–820.

Spehar B., et al. Beauty and the beholder: the role of visual sensitivity in visual preference // *Frontiers in Human Neuroscience*. — 2015.

New York: M&T Books, — 1993.

Sprott J.C. Strange attractors: Creating patterns in chaos // *American Journal of Physics*. — 2000. 63(5).

Taylor R.P. Reduction of physiological stress using fractal art and architecture // *Leonardo*. — 2006. 39(3), 245–251.

Taylor R.P. Personal reflections on Jackson Pollock's fractal paintings // *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*. — 2006. V. 13, P. 108–123.

Taylor R.P., Sprott J.C. Biophilic fractals and the visual journey of organic screen-savers // *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*. — 2008. 12(1), 117–129.

Taylor R.P. et al. Fractals: A resonance between art and nature? // *Symmetry: Art and Scienc.*, — 2001. V. 1, P. 194–197.

Taylor R.P. et al. Perceptual and physiological responses to Jackson Pollock's fractals // *Frontiers in Human Neuroscience*. — 2011. 5, Article 60.

Taylor R.P. et al. Perceptual and physiological responses to the visual complexity of fractal patterns // *Nonlinear dynamics, psychology, and life sciences*. — 2005, 9(1), 89–114.