Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

Кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем

Зотов А.М., Короленко П.В.

Фурье-оптика структурированных пучков

(модели и расчетные схемы)

Учебно-методическая разработка к кафедральному компьютерному практикуму

Москва 2025

Введение

В настоящее время в исследованиях по когерентной оптике большое внимание уделяется так называемым структурированным световым пучкам, характеризующихся, как правило, достаточно сложным распределением поля в поперечном сечении. Их применение существенно расширяет возможности технологий, используемых в таких областях, как лазерное манипулирование, лазерная обработка материалов и оптические коммуникации. Однако при их использовании возникает задача корректного описания процессов распространения волновых пучков со сложным амплитудно-фазовым профилем. Для ее решения могут быть применены различные подходы. Их выбор зависит от задаваемых начальных условий и набора параметров, которые надо определить. Многое, конечно, зависит, от уровня подготовки учащихся или сотрудников, выполняющих соответствующие расчеты. В данном пособии рассмотрены возможности методов фурье-оптики для определения трансформации параметров излучения при его распространении в свободном пространстве и в оптических системах. Эти методы базируются на представлениях, которые частично освещены в лекциях по общему курсу физики, в спецкурсах кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем, а также в руководствах по выполнению кафедрального практикума. физического факультета МГУ.

Пособие состоит из двух частей. В первой части изложен теоретический подход к описанию свойств структурированных пучков и расчетные схем определения их параметров. Во второй – приведены конкретные примеры реализации теоретических представлений.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Расчеты будут проводиться на основе скалярной теории дифракции в предположении, что длина световой волны λ меньше характерных изменений поля D. Для расчета светового поля на расстоянии z от начальной плоскости будет использоваться быстрое преобразование Фурье (БПФ). Он обеспечивает в двумерном случае асимптотическую скорость расчета $o(N^2\log(N))$ при выборе основания N в виде $N = 2^P$ (p – целое число), что существенно превосходит метод на основе прямого вычисления интеграла Френеля-Кирхгофа с асимптотической скоростью $o(N^4)$.

На сегодняшний день существуют программные библиотеки вычисления быстрого преобразования Фурье использующие преимущества многопроцессорности, векторных инструкций CPU, расчетов с использование видеокарт, что существенно ускоряет расчет с использованием БПФ.

Метод плоских волн (ПВ) реализует общую концепцию применения принципов фурье-оптики. Согласно этим принципам, любое световое поле в начальной плоскости можно разложить на составляющие плоские волны. При сложении ПВ с учетом их набегов фаз на некотором расстоянии от начальной плоскости появляется возможность определить амплитудно-фазовый профиль волны на этом расстоянии.

Основное удобство использования плоских волн заключается в том, что их фаза растет линейно с расстоянием, а амплитуда A и направление волнового вектора $\vec{k}$ не меняются.

Начальное поле задается на конечной площадке размера (a x a), определяющей величину рабочего поля. Для математического описания структуры поля на площадку накладывается сетка размером N x N. Узлы сетки пронумеруем индексами x, y. А размерные координаты на сетке X_x , Y_y определяются формулами

$$X_x = xa/N\ , Y_y = ya/N. \tag{1.1}$$

Поле на сетке представимо или в виде амплитуд точечных источников $E_{x,y}$или в виде фурье компонент $A_{m,n}$ с индексами m, n выражаемых через двумерное дискретное фурье-преобразование [1,2]

$$A_{m,n} = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} E_{x,y} exp\left(\frac{-i2\pi(mx+ny)}{N}\right). \tag{1.2}$$

Обратное преобразование имеет вид

$$E_{x,y} = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} A_{m,n} exp\left(\frac{i2\pi(mx+ny)}{N}\right). \tag{1.3}$$

В размерных величинах для **положительных** пространственных частот меньших частоты Найквиста $F_{\text{Найкв}} = \pi N/a$ т.е. ($0 \le k_m$, $k_n < F_N$) в плоскости z = 0 выражение (1.3) можно переписать как

$$E_{x,y} = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} A_{m,n} exp\big(i(k_m X_x + k_n Y_y)\big), \tag{1.4}$$

где поперечные компоненты волнового вектора для **положительных** частот равны

$$k_m = 2\pi m/a, k_n = 2\pi n/a\ , \tag{1.5а}$$

Для **отрицательных** частот, ($-F_N \le k_m$, $k_n < 0$) запишем

$$k_m = -2\pi(N-m)/a, k_n = -2\pi(N-n)/a\ , \tag{1.5б}$$

Прямой подстановкой можно убедиться, что в силу

$$exp\left(\frac{i2\pi(mx+ny)}{N}\right) = exp\left(\frac{i2\pi(-(N-m)x-(N-n)y)}{N}\right) \tag{1.6}$$

введение отрицательных частот не меняет выражений (1.3 и 1.4). Если ввести вспомогательную функцию преобразования отрицательных частот

$$c(n) = mod\left(n + \frac{N}{2}, N\right) - N/2 \ , \qquad (1.7)$$

(1.5а и 1.5б) можно обобщить

$$k_m = 2\pi c(m)/a, k_n = 2\pi c(n)/a \ . \qquad (1.8)$$

Теперь, если формально дополнить (1.4) продольной компонентой волнового вектора k_z, получим

$$E_{x,y}(Z) = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} A_{m,n} exp\left(i(k_m X_x + k_n Y_y + k_z z)\right) \ . \qquad (1.9)$$

Видно, что каждый член справа от знаков суммирования представляет из себя плоскую волну амплитуды $A_{m,n}$. Из условия для $\vec{k}$ $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = k_m^2 + k_n^2 + k_z^2$ найдем продольную k_z компоненту.

$$k_z(m,n) = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 (c(m)^2 + c(n)^2)} \, . \qquad (1.10)$$

В работах использующих МПВ для (1.10) часто используется параболическое приближение

$$k_z(m,n) \approx \frac{2\pi}{\lambda} - 2\pi(c(m)^2 + c(n)^2)/T. \qquad (1.11)$$

Параметр $T = 2a^2/\lambda$ называют расстоянием Тальбота. Для вычисления $E_{x,y}(z)$ удобно ввести обозначение $A'_{m,n} = A_{m,n} exp(ik_z(m,n)z))$, тогда (1.9) сокращенно запишется в виде

$$E_{x,y}(Z) = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} A'_{m,n} exp\left(i(k_m X_x + k_n Y_y)\right) , \qquad (1.12)$$

или, возвращаясь к безразмерной форме, последнее примет удобный для БПФ вид

$$E_{x,y}(Z) = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} A'_{m,n} exp\left(\frac{i2\pi(mx+ny)}{N}\right) . \qquad (1.13)$$

В заключение внесем уточнение, связанное с тем, что до сих пор рассматривались не бесконечные плоские волны, а ограниченная “плитка” плоских волн размера (*a* x *a*) (см. рис.1.1). Чтобы воспользоваться теорией для **безграничных** плоских волн участок (*a* x *a*) нужно дополнить во все стороны так, чтобы

$$E(x + C_1 \cdot a, y + C_2 \cdot a) = E(x,y), \qquad (1.14)$$

Здесь C_1, C_2 - целые числа. Каждая плоская волна, входящая в (1.3), при этом автоматически, “сшивается” с точностью до фазового множителя с соседней, имеющей коэффициенты разложения с теми же индексами. При расчете поля ограниченных пучков, необходимо выбирать размер *a* таким, чтобы при дифракционном уширении пучок не взаимодействовал с соседними копиями, находящимися на расстоянии *a*.

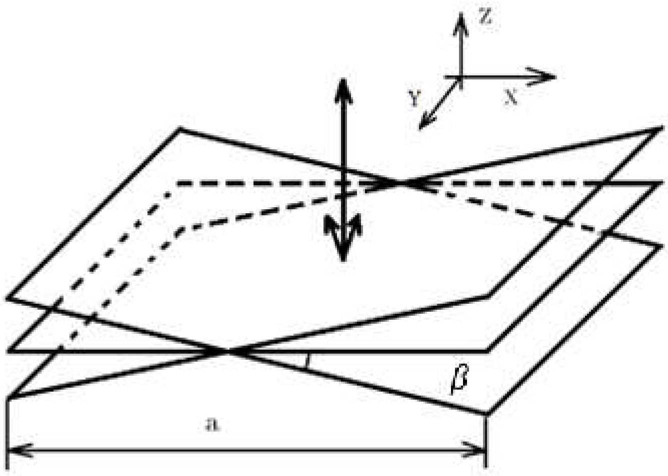

Рис.1.1. Веер плоских волн, распространяющихся с положительным и отрицательным наклоном относительно оси Z.

2. Практическая часть

2.1. Характеристика изначальной структуры световых пучков

В данной части пособия будут проиллюстрированы возможности метода ПВ на примере анализа распространения в пространстве спеклоподобных фрактальных пучков

При численном моделировании структуры фрактального спеклового поля в начальной плоскости использовалась функция Вейерштрасса, имеющая вид [3]

$$W_{x,y} = \sigma \sum_{v=0}^{V-1} \sum_{n=0}^{M-1} \left[b^{(D-2)n} cos \left[2\pi s b^n \left[\left(x - \frac{K}{2} \right) sin(\alpha v) + \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. + \left(y - \frac{K}{2} \right) cos(\alpha v) \right] + \psi_n + \psi_v \right] \right] + A. \qquad (2.1)$$

Здесь $W_{x,y}$– амплитуда поля излучения; x, y – дискретные поперечные координаты ($0 \leqslant x, y < N$); σ – стандартное отклонение амплитуды от среднего значения; здесь M – количество гармоник; V – количество азимутальных парциальных волн; n – номер гармоники; v – индекс азимутальной составляющей волны; α – элементарный азимутальный угол поворота; b – параметр скейлинга; s – масштабирующий параметр; ψ_n, ψ_v – фазы компонент поля; A – компонента с однородным распределением амплитуды поля. При случайных значениях фаз ψ_n, ψ_v поле приобретало спеклоподобный вид, D – фрактальная размерность графика функции Вейерштрасса при одномерном представлении.

2.2. Фрактальных спеклы в оптических системах

2.2.1. Постановка задачи

Как правило, на практике световой пучок со спекловой структурой проходит некоторое расстояние от начальной плоскости, где формируется спекловая структура, до плоскости, где фиксируется с целью того или иного применения поперечное распределение интенсивности. Однако в литературе нет полноценной информации о характере и степени трансформации амплитудно-фазовых, скейлинговых и статистических характеристик излучения в процессе его распространения. Актуальной задачей является оценка самосогласованных изменений указанных характеристик в зависимости от изначально задаваемых параметров. При этом особое внимание уделяется нахождению степени адекватности начального поля его изображению в оптической системе.

Рассмотрим спекловый пучок, падающий на собирающую линзу с фокусным расстоянием f. Начальную плоскость разместим сразу за линзой, где радиус кривизны R волнового фронта пучка равен f. Рассмотрим, как будет меняться структура пучка в процессе фокусировки и какова степень корреляции распределения поля в начальной плоскости и в плоскости изображения, находящейся от линзы на расстоянии $2R$.

При численном моделировании структуры фрактального спеклового поля в начальной плоскости использовалась функция Вейерштрасса (2.1). Для того, чтобы учесть сферичность волнового фронта пучка на выходе линзы, функция (2.1) умножалась на корректирующую функцию

$$F_{x,y} = e^{\frac{i\left[\left[xu-\frac{Nu}{2}\right]^2+\left[yu-\frac{Nu}{2}\right]^2\right]\pi}{\lambda R}}. \qquad (2.2)$$

Здесь параметр u характеризует используемую степень дискретизации поперечных координат, λ – длина волны, R – радиус кривизны волнового фронта. В некоторых случаях для снижения влияния краевых эффектов использовалась дополнительная корректирующая функция T, играющая роль ”мягкой” диафрагмы

$$T_{x,y} = \xi e^{-\left[\left(xu-\frac{Nu}{2}\right)^2+\left(yu-\frac{Nu}{2}\right)^2\right]^4}, \qquad (2.3)$$

где ξ - постоянная величина.

Приведенные ниже результаты численного моделирования, иллюстрирующие распространение спеклового пучка, получены для следующего набора параметров: $N = 256,\ \alpha = 2\pi/48,\ V = 47,\ v = 0 \dots V,\ M = 5,\ n = 0 \dots M,\ \ \sigma = 3.3,\ s = 0.05,\ b = 2, A = 0$. Случайные фазы $\psi_n,\ \psi_v$ задавались с помощью соотношений:

$$\psi_n = \frac{rnd(n)4\pi}{(n+1)}, \psi_v = \frac{rnd(v)4\pi}{(v+2)}. \quad (2.4)$$

Будем для конкретности считать, что $R = 1.5$ м, а длина волны $\lambda = 0.5 \cdot\cdot 10^{-6}$ м. Положим также, что размер рабочего поля, определяемого величиной N, в метрическом измерении равен $a = 0.02$ м. В этом же измерении расстояние между значащими точками рабочего поля составляет $u = a/N = 7.812 \cdot 10^{-5}$ м.

Для оценки характеристик светового поля на разных расстояниях за экраном воспользуемся методом разложения изначального поля по плоским волнам. Он реализуется в несколько этапов. Сначала с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье определяется пространственный комплексный спектр излучения $S = \mathrm{icfft}(W)$. Затем с учетом набегов плоских волн на разных расстояниях z определяется новый комплексный спектр Q

$$Q_{x,y} = S_{x,y} \cdot exp[-i2\pi z_T(c(x)^2 + c(y)^2)]. \quad (2.5)$$

Для наглядного представления ему целесообразно придать центрально-симметричный характер

$$H_{x,y} = \left|Q_{mod\left(x+\frac{N}{2},N\right),mod\left(y+\frac{N}{2},N\right)}\right|. \quad (2.6)$$

В формуле (2.5) расстояния z выражаются в долях расстояния Тальбота. А вспомогательная функции $c(x)$ определена в (1.3).

Наконец, на последнем этапе процедуры посредством обратного преобразования Фурье определяется распределение поля $B_{x,y}$ на расстоянии z_T:

$$B = \mathrm{cfft}(H) \quad (2.8)$$

2.2.2. Результаты расчетов

Расчет показал, что в соответствии с представлениями волновой оптики изначальный световой пучок сначала фокусируется вплоть до фокусного расстояния $z = R$, а затем расходится, формируя на расстоянии $z = 2R$ изображение начального распределения. Такого рода трансформация пучка показана на рис. 2.1. На нем показаны распределения $|W_{x,y}|$. На рис. 1a показано распределение $|W_{x,y}|$ сразу за линзой в предположении, что световой пучок ограничивает квадратная диафрагма, размер которой в 3.2 раза меньше размера рабочего поля. Постепенное уменьшение размеров пучка в процессе его фокусировки иллюстрирует рис. 1$б$, где световое поле приведено на расстоянии $z = R/2$. Качественное преобразование структуры пучка происходит в фокальной плоскости, когда $z = R$ (рис. 2.1*в*). В соответствии с положением фурье-оптики в этой плоскости поле является результатом фурье-преобразования начального распределения амплитуды световых колебаний. Сформированный в фокальной плоскости фурье-образ имел вид системы концентрических окружностей, которые соответствовали распределению пространственных частот фрактального спеклового пучка. Наличие скейлинга (масштабной инвариантности) в фурье-образе доказывает то, что отношение радиусов окружностей составляли постоянную величину равную присутствующему в формуле (1.1) параметру $b = 2$. Изменение этого параметра, являющегося по сути коэффициентом скейлинга, приводило к изменению отношения радиусов.

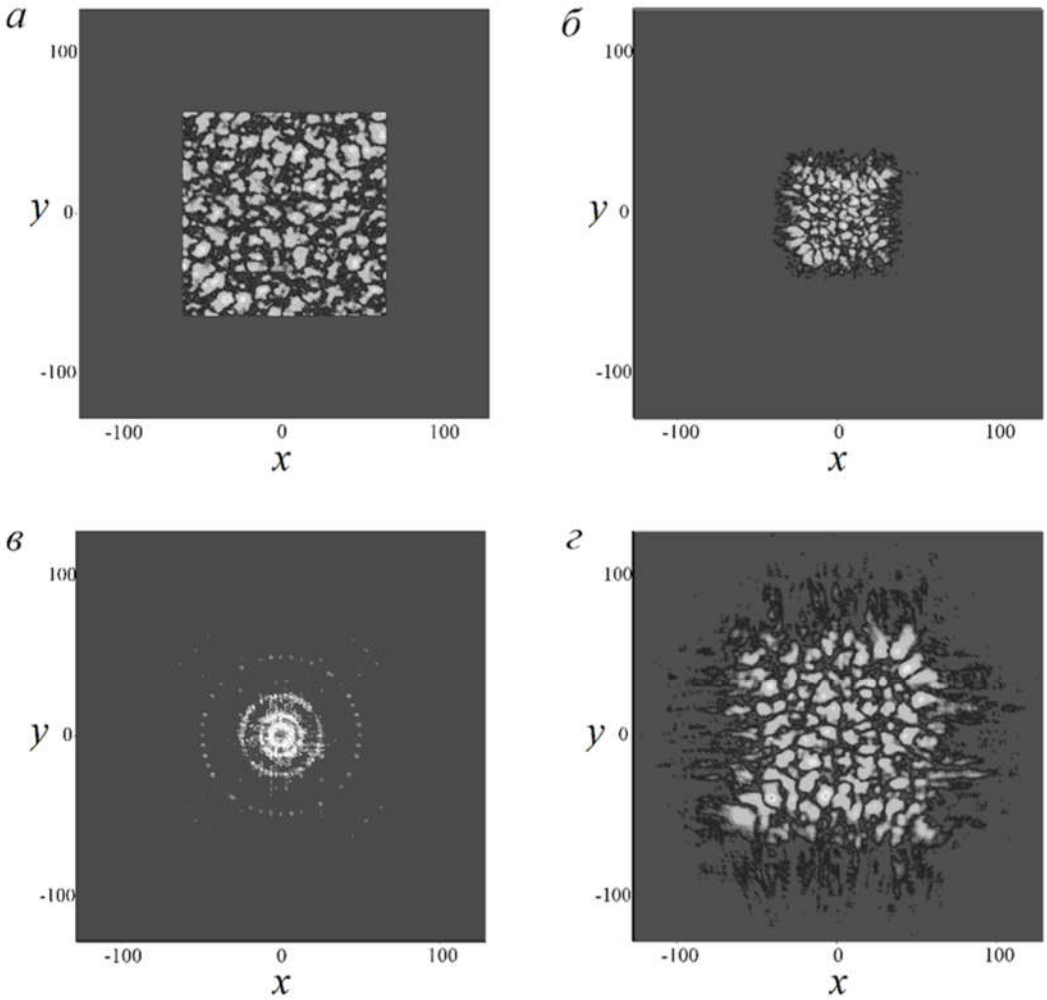

Рис.2.1. Изменение структуры пучка в оптической системе.

а – z = 0, б - z = R/2, в - z = R, г - z = 2R.

Особенность пространственного спектра, обусловленная наличием скейлинга, во многом определяет эффективность визуального воздействия фрактальных структур при проведении лечебных процедур в арт-терапии и офтальмологии. Дело в том, что в коре головного мозга обработка зрительных сигналов, несущих информацию об изображениях, осуществляется на основе структуры их пространственных спектров. Из-за присутствия скейлинга отсутствует необходимость в обработке пространственных спектров в широком частотном диапазоне, достаточно зафиксировать лишь их низкочастотную часть. Это ускоряет и облегчает процесс зрительного восприятия рассматриваемых объектов и, как следствие, создает ощущение комфорта и эстетического наслаждения. Происходящее при этом укрепление связей между нейронами в коре головного мозга способствует излечению ряда глазных болезней (например, глаукомы). Распространяясь далее от фокальной плоскости пучок увеличивает размеры и формирует на расстоянии $z = R$ изображение начального распределения (рис. 2.1*г*).

Было обнаружено, что в процессе распространения спеклового пучка он сохранял фрактальные признаки независимо от статистически независимых реализаций их структуры. Оцениваемые методом покрытий фрактальные размерности начального распределения и его изображения оказались близки между собой и составляли величину $2.5 \mp 0{,}1$. Минимальная фрактальная размерность, равная $2.25 \mp 0{,}05$ соответствовала распределению поля в фокальной плоскости. Параллельно с оценкой значений фрактальной размерности на разных расстояниях от начальной плоскости определялись средние значения спеклов. Делалось это по отсечке 0.5 от максимального значения рассчитываемой автокорреляционной функции. Расчет показал, что размеры спеклов в изображении за счет дифракционного уширения примерно на 20% превосходят свои начальные размеры. Значительное уменьшение спеклов (в 2.5 раза) наблюдалось вблизи фокальной плоскости.

Была рассмотрена также возможность использования разработанного программного обеспечения для случая распространения спекловой волны с изначально плоским волновым фронтом. Использованный в нем метод плоских волн по сравнению с предыдущим случаем потребовал определенной корректировки. Это связано с тем, что расходимость спеклового пучка требует увеличения размеров рабочего поля ввиду необходимости учета особенностей структуры пучка на его периферии. Указанная проблема была преодолена путем использования адаптивной схемы перманентного увеличения размеров рабочего поля. Было показано, что на расстоянии от начальной плоскости $z_1 = 0.0001\, d^2/\lambda$, где d – размер рабочего поля, распределение интенсивности сохраняет свойства, характерные для спеклового фрактального пучка. Количественный анализ трансформации структуры спекловой волны позволил установить, что такие характеристики поля как плотность вероятности и радиус корреляции значений интенсивности, их стандартное отклонение в области $0 < z < z_1$ в зависимости от реализации могут претерпевать заметные, а иногда значительные изменения. В то же время, фрактальная размерность, рассчитанная методом покрытий, испытывала отклонения от среднего значения, равного 2.45, не превышающие 2%. Это говорит об устойчивости такой важной характеристики спеклового поля, как его фрактальная размерность.

2.2. Распространение волновых пучков с изначально фрактальным фазовым профилем

2.2.1. Общая характеристика решаемой задачи

Обычно изначальный профиль пучков задается определенным распределением амплитуды и фазы световых колебаний. Однако в некоторых случаях в начальной плоскости распределение поля может носить чисто фазовый вид. Такая ситуация возникает, например, когда когерентное излучение проходит через тонкий слой гистологической ткани. По фрактальной размерности поля прошедшего пучка появляется возможность определять наличие в биологической ткани той или иной патологии. Подобная фазовая фрактальная структура волнового фронта имеет место при отражении света от шероховатой поверхности металлической детали. Этот факт нашел применение при оценке степени шероховатости поверхности путем определения фрактальных параметров отраженного излучения. Однако при описании этих методов диагностики обходится вопрос о том, что в процессе распространения пучка до приемника излучения его фрактальные свойства и пространственная структура под влиянием дифракции могут значительно изменяться. Решаемая в данном разделе задача состоит в определении характера трансформации характеристик распространяющегося в пространстве излучения, имеющего изначально самоподобное распределение фазы. Одновременно решается задача учета особенностей проявления эффекта Тальбота [4,5] при распространении фрактальных пучков.

2.2.2. Распространение фрактальных фазовых структур

Основная часть выполненных расчетов относилась к случаю, когда распределение фазы в начальной плоскости имело фрактальный характер. Для построения фрактальных структур использовалась двумерная фрактальная функция Вейерштрасса $W_{x,y}$ (2.1). Считая, что распределение фазы $\Phi_{x,y}$ в начальной плоскости $\Phi_{x,y} = W_{x,y}$, изначальную комплексную амплитуду волны можно представить в виде

$$A_{x,y} = C\exp\{iW_{x,y}\}, \qquad (2.9)$$

где, C – константа. С помощью метода плоских волн несложно убедиться путем расчета распределения интенсивности на разных расстояниях от начальной плоскости о полном соответствии трансформации светового поля эффекту Тальбота. Это происходит, поскольку пространственный спектр фрактальной структуры, задаваемой выражением (2.1), обладает скейлингом с коэффициентом равным параметру b. Благодаря этому эффекту на расстояниях $z = Tn/2$ (n – целое число) флуктуации интенсивности исчезают, а распределение фазы по форме становится аналогичным начальному. Однако такая ситуация имеет место в узком диапазоне изменения z ($\Delta z < 0.001T$). В ходе проведения расчетов был обнаружен интересный ранее никем не отмечаемый факт почти полного совпадения при малой глубине модуляции фазы формы распределения интенсивности на расстоянии $T/4$ с формой распределения фазы в начальной плоскости. Это хорошо видно из рис. 2.1*a*, на котором сопоставлены одномерные распределения начальной фазы и интенсивности по поперечной координате x. Представленные данные соответствуют следующему набору параметров: $\sigma = 0.1$, $N = 3$, $V = 0$, $D = 1.85$, $b = 2$, $s = 0.04$, $\alpha = 0$, $\psi_n = \psi_v = 0$, $N = 128$, $C = 1$. Такой набор параметров обеспечивал глубину модуляции фазы на уровне $\Delta\varphi = \pi /6$. Приведенные на рис. 2.1 кривые демонстрируют почти полное совпадение.

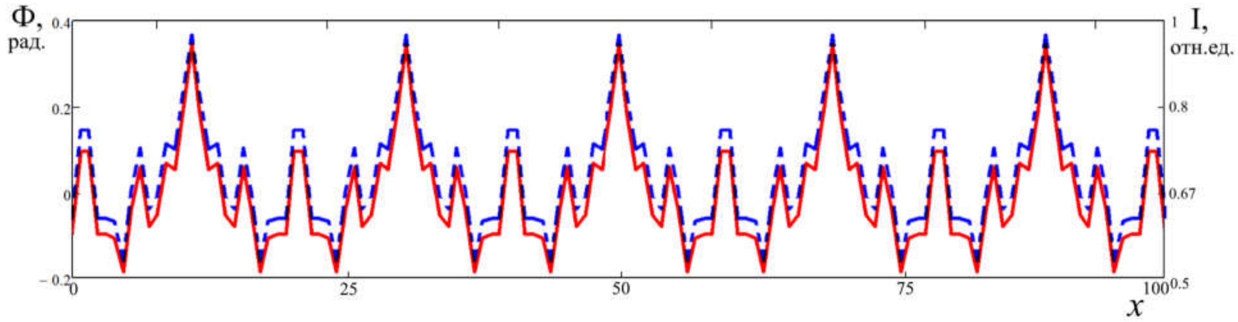

Рис. 2.1. Сопоставление распределений фазы Ф и интенсивности I. Непрерывная кривая - распределение фазы в начальной плоскости, пунктир – распределение интенсивности на расстоянии T/4.

Выполненный численный анализ показал, что в тех случаях, когда $\Delta\varphi$ превосходит величину $\pi/2$ распределение интенсивности в плоскости $z = T/4$ может существенно усложняться. При таких значениях модуляции фазы дифракция световой волны не может сгладить выбросы интенсивности, обусловленные наличием каустических образований.

Существует возможность с помощью выражения (2.1) строить двумерные фрактальные структуры с широким диапазоном изменения геометрических параметров. Рис. 2.2*а-в* иллюстрируют свойства спеклоподобной фрактальной структуры, сформированной с помощью выражения (2.1) при случайном наборе фаз ψ_n, ψ_v. Рис. 2.2*а* характеризует начальное распределение фазы, рассчитанное для среднеквадратичного отклонению фазы в начальной плоскости $\delta = 0.2$. Оно обладает множеством случайных по размеру и положению фрагментов. Несмотря на внешне неупорядоченное изменение фазы и связанные с ним стохастические возмущения волнового фронта, эскалация структуры распространяющегося в пространстве излучения осуществляется в соответствии с эффектом Тальбота. Это происходит потому, что даже при нерегулярной структуре волны ее пространственный спектр, определяющий характер сложения парциальных плоских волн, обладает четко выраженным скейлингом. Благодаря этому в процессе распространения волны периодически воспроизводится ее амплитудно-фазовый профиль. Как и в рассмотренном выше одномерном случае, при слабой модуляции изначальной фазы имеет место высокая степень соответствия формы распределения фазы в начальной плоскости и интенсивности на расстоянии $z = T/4$. Это хорошо видно из рис.2*а*,*б*. Выполненная оценка коэффициента корреляции формы распределений фазы и интенсивности на рис.2.2*а,б* показала, что он принимает достаточно высокое значение: Corr = 0.99. Близкими оказались и фрактальные размерности изображений 2.2*а* и 2.2*б*, составившие величину 2.61±0.02.

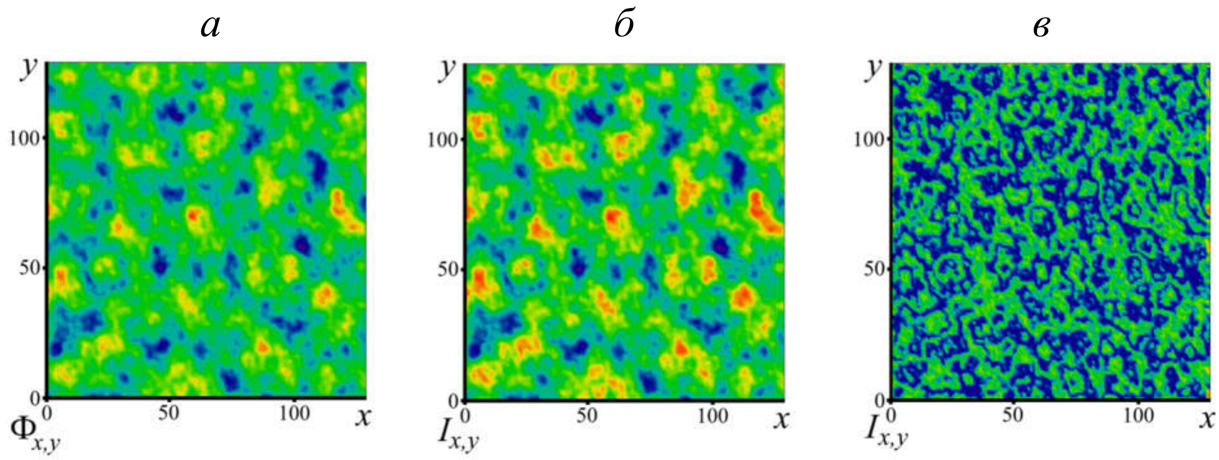

Рис. 2.2. Свойства спеклоподобного поля. а – распределение изначальной фазы, б – распределение интенсивности на расстоянии z = T/4 при δ = 0.28, в - то же при δ = 1.12.

С увеличением значения δ коэффициент корреляции резко снижался. Так, структура волны, представленная на рис.2.2*в* и соответствующая величине $\delta = 1.12$, обеспечивает корреляцию лишь на уровне Corr = 0.816. Ухудшение корреляции сопровождается значительным усложнением пространственного спектра распределения интенсивности и почти полным исчезновением его скейлинговых свойств.

2.2.3. Основные результаты

Научная значимость полученных результатов определяется рядом факторов как фундаментального, так и прикладного характера. Фундаментальные аспекты работы обусловлены тем, что она заметно расширяет известные представления о проявлении эффекта Тальбота в оптических системах. В проведенный анализ включены новые теоретические элементы, связанные с определением применительно к фрактальным структурам (в том числе и стохастических) особенностей преобразования изначальных фазовых возмущений световой волны в распределения интенсивности той или иной формы. Возможность наблюдать эффект Тальбота и передавать фрактальное излучение без изменения его структуры вдоль оптической оси на расстояния равные или превосходящие длину Тальбота объясняется кратностью пространственных частот гармоник используемого фрактального представления. Численное моделирование показало, что процесс дифракционного преобразования существенным образом зависит от глубины модуляции фазы в начальной плоскости. Это связано с тем, что с увеличением глубины модуляции растет число каустических образований в поле излучения. Последние могут существенно усложнить профиль интенсивности световой волны.

Прикладные результаты работы относятся прежде всего к совершенствованию методов получения фрактального излучения и изучению его свойств.

С точки зрения практического использования фазовых фрактальных структур важным их свойством является формирование на расстояниях $z = T/4 + Tn$ распределения интенсивности, совпадающего по форме с начальным распределением фазы. Однако указанный эффект реализуется лишь при слабой глубине модуляции начальной фазы. В случае регулярных фрактальных изменений начальной фазы ее глубина модуляции δ должна быть меньше $\pi/2$. Для точной оценки значения T можно воспользоваться фактом зануления флуктуаций интенсивности на расстоянии $z = T/2$.

Таким образом, приведенные данные указывают на реальную возможность передачи фрактального по фазе излучения на заданное расстояние путем использования эффекта Тальбота.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сергиенко А. Б.* Цифровая обработка сигналов. — 2-е. — СПб.: Питер, 2006. — С. 751;
2. *Павлейно М. А., Ромаданов В. М.*. Спектральные преобразования в MatLab. — СПб., 2007. — С. 160.
3. *Зотов А.М., Короленко П.В., Павлов Н.Н. // Изв. РАН. Сер. физ*. 2022. Т. 86. № 11. С. 1617–1621. Zotov A.M., Korolenko P.V., Pavlov N.N // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 11. P. 1341-1344.
4. *Talbot H.F. // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.* — 1836 —V.*9 (56)* —P. 401–*407.*
5. *Короленко П.В. Когерентная оптика. М., Юрайт,2023.*